



Padrões e Resolução de Problemas

Qual é o número?

Maria Helena Martinho



Qual é o número?

Qual o mais pequeno número inteiro que, dividido por 5, 6 e 7 dá sempre resto 3?

Expliquem o vosso raciocínio de forma cuidada.



Qual é o número?

Resolução 1

Para dar resto 3 dividindo por 5 teria de ser um número que terminasse em 3 ou em 8. Para dar resto 3 dividindo por 6 não poderia acabar em 8, pois existem múltiplos de 6 que terminam em 8.

Uma vez que o 7 também é número ímpar chegámos à conclusão que teria de ser um número acabado em 3.

De modo a descobrir um mínimo múltiplo comum fizemos a decomposição em números primos, uma vez que o 5 e o 7 são números primos, resta-nos o 6 que é o produto de 2×3 , logo, o M.M.C = $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$. Ao Mínimo Múltiplo Comum somamos 3 que dá 213, que dividido por 5, 6, 7 dá sempre resto 3.

Ao longo do processo fizemos alguns cálculos de tentativa, sendo que alguns davam resto 3 para os números 5 e 6, mas o mesmo não acontecia para o número 7, como é o caso do 123 e do 63.



Qual é o número?

Resolução 1

Existe algum número com 8 nas unidades dividido por 6 dá resto 3?

Porquê?

Para dar resto 3 dividindo por 5 teria de ser um número que terminasse em 3 ou em 8. Para dar resto 3 dividindo por 6 não poderia acabar em 8, pois existem múltiplos de 6 que terminam em 8.

Uma vez que o 7 também é número ímpar chegámos à conclusão que teria de ser um número acabado em 3.

Porquê?

De modo a descobrir um mínimo múltiplo comum fizemos a decomposição em números primos, uma vez que o 5 e o 7 são números primos, resta-nos o 6 que é o produto de 2×3 , logo, o M.M.C = $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$. Ao Mínimo Múltiplo Comum somamos 3 que dá 213, que dividido por 5, 6, 7 dá sempre resto 3.

Ao longo do processo fizemos alguns cálculos de tentativa, sendo que alguns davam resto 3 para os números 5 e 6, mas o mesmo não acontecia para o número 7, como é o caso do 123 e do 63.

Este comentário não devia constar no final

Qual é o número?

Resolução 2

Qual o plano elaborado previamente?

Depois de várias tentativas chegamos à conclusão de que para o número, ao ser dividido por 5 dar resto 3 teria, obrigatoriamente, que terminar em 3 ou em 8, restringindo assim as nossas opções.

Após várias tentativas e uma análise da tabuada compreendemos que, possivelmente, o mais certo seria o número terminar em 3 uma vez que o 8 se trata de um número par e, os múltiplos de 6 terminam sempre em número par, incluindo, portanto o 8.

↳ Através da tentativa-erro consideramos que o número poderia ser o 423. No entanto, para o comprovar, procedemos à decomposição do número 420 e obtivemos o seguinte

$$\begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ \hline 210 & 2 \times 6 \\ 105 & 3 \times 6 \\ 35 & 5 \times 7 \\ 7 & 7 \times 7 \\ 1 & \end{array}$$

Comprovamos assim que, realmente este seria um valor possível mas não o pretendido uma vez que, o 213 seria o menor número inteiro que dividido por 5, 6 e 7 daria resto 3. No caso

Fraca explicação

Qual é o número?

Resolução 3

Qual o plano elaborado previamente?

Visto que o resto da divisão tem de ser 3, e todos os múltiplos de 5 terminam em 5 ou 0, então podemos concluir que o número terá de terminar em 3 ou 8:

$$10 + 3 = 13$$

$$15 + 3 = 18$$

$$20 + 3 = 23$$

$$25 + 3 = 28$$

...

Assim, multiplicou-se o 6 e o 7 por diversos números até conseguir que ambos terminassem com o mesmo número terminado em 0 ou em 5, porque todos estes números são múltiplos de 5.





Qual é o número?

5	190	6	7
10	195	12	14
15	200	18	21
20	205	24	28
25	210 ← 5x42	30	35
30		36	42
35		42	49
40		48	56
45		54	63
50		60	70
55		66	77
60		72	84
65		78	91
70		84	98
75		90	105
80		96	112
85		102	119
90		108	126
95		114	133
100		120	140
105		126	147
110		132	154
115		138	161
120		144	168
125		150	175
130		156	182
135		162	189
140		168	196
145		174	203
150		180	210 ← 7x30
155		186	
160		192	
165		198	
170		204	
175		210 ← 6x35	
180			
185			



Qual é o número?

5	190	6	7
10	195	12	14
15	200	18	21
20	205	24	28
25	210 ← 5x42	30	35
30		36	42
35		42	50

Para que consigamos o número pretendido temos de somar 3 ao número encontrado

$$210 + 3 = 213$$

$$\begin{array}{r} 213 \overline{) 5} \\ - 20 \\ \hline 013 \\ - 10 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \overline{) 6} \\ - 18 \\ \hline 33 \\ - 30 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \overline{) 7} \\ - 21 \\ \hline 03 \\ - 0 \\ \hline 3 \end{array}$$

R.: Assim, o menor número que dividido por 5, 6 e 7 dá sempre resto 3 é o 213.

140	168	196
145	174	203
150	180	210 ← 7x30
155	187	
160	192	
165	204	
170	210 ← 6x35	
175		
180		
185		

Qual é o número?

Resolução 4

Qual o plano elaborado previamente?

1º passo: Encontramos o mínimo múltiplo comum dos números 5, 6 e 7, com o objetivo de descobrir o número inteiro mais pequeno comum aos mesmos.

$$\text{mme: } (5; 6; 7) = 5 \times 2 \times 3 \times 1 = 210$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Procuraram o mínimo múltiplo comum a 5, 6 e 7. Mas o número pretendido não era múltiplo de nenhum deles! Qual o objetivo?

Qual é o número?

Resolução 4

2º passo: Através da seguinte fórmula: $D = d \times q + R$

$$D = 5q_1 + 3$$

$$D = 6q_2 + 3$$

$$D = 7q_3 + 3$$

$$D = 5q_1 + 3 = 6q_2 + 3 = 7q_3 + 3$$

então,

$$5q_1 = 6q_2 = 7q_3 = 210$$

$$D = 210 + 3$$

$$D = 213$$

NOTA

D = Dividendo

d = Divisor

q = quociente

R = Resto

D	d
	q
R	

Como concluíram que era 210?

A ligação com o 1º passo da resolução não está bem articulada!

Qual é o número?

Resolução 4

3º passo: Para comprovar, verificamos as divisões:

$$\begin{array}{r|l} 213 & 5 \\ -20 & 42 \\ \hline 13 & \\ -10 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 213 & 6 \\ -18 & 35 \\ \hline 33 & \\ -30 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 213 & 7 \\ -21 & 30 \\ \hline 03 & \\ -0 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Resposta: 213.



Qual é o número?

Resolução 5

(parte apenas!)

$$\begin{cases} \mathcal{D} = 5 \times q + 3 \\ \mathcal{D} = 6 \times q + 3 \end{cases}$$

Será que o quociente podia ser sempre o mesmo, q ?

Qual é o número?

Resolução 5

(parte apenas!)

Na quarta tentativa pensamos em fatorizar os números, de forma a encontrar o mínimo múltiplo comum. Deste modo, calculamos:

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)5} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{)2} \\ 3 \overline{)3} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{)7} \\ 1 \end{array}$$

$$5 \times 2 \times 3 \times 7 = 210$$

Utilizamos então o número 210:

$$\begin{array}{r} 210 \overline{)5} \\ -20 \quad 42 \\ \hline 10 \\ -10 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 210 \overline{)6} \\ -18 \quad 35 \\ \hline 30 \\ -30 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 210 \overline{)7} \\ -21 \quad 30 \\ \hline 00 \\ 0 \end{array}$$

Porém, não obtivemos resto igual a 3. Então, lembramo-nos que após multiplicar todos os mínimos múltiplos comuns, devemos adicionar o número 3, ou seja o resto, ao resultado do produto. Deste modo:

$$210 + 3 = 213$$

$$\begin{array}{r} 213 \overline{)5} \\ -20 \quad 42 \\ \hline 13 \\ -10 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \overline{)6} \\ -18 \quad 35 \\ \hline 33 \\ -30 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \overline{)7} \\ -21 \quad 3 \\ \hline 03 \end{array}$$

E assim terminamos a tarefa, Resolvendo o problema.

Qual é o número?

Resolução 6

Qual o plano elaborado previamente?

1º raciocínio

Porquê?



No primeiro raciocínio tentamos fazer o máximo divisor comum e começamos a fazer a tabuada, mas rapidamente reparamos que ia ser uma tentativa muito demorada.

$$5 \times 1 = 5$$

$$6 \times 1 = 6$$

$$7 \times 1 = 7$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$7 \times 2 = 14$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$6 \times 3 = 18$$

$$7 \times 3 = 21$$

...

...

...

$$5 \times 12 = 60$$

$$6 \times 12 = 72$$

$$7 \times 12 = 84$$

Continuamos a fazer a tabuada até ao multiplicador 12, mas não encontramos nenhum número igual nas 3 partes então passamos para o 2º raciocínio.



Qual é o número?

Resolução 6

2º raciocínio

$$\begin{array}{l} n \quad | \quad 5 \\ r=3 \quad | \quad x \end{array}$$

$$n = 5x + 3$$

$$\begin{array}{l} n \quad | \quad 6 \\ r=3 \quad | \quad y \end{array}$$

$$n = 6y + 3$$

$$\begin{array}{l} n \quad | \quad 7 \\ r=3 \quad | \quad z \end{array}$$

$$n = 7z + 3$$

Como não conseguimos desenvolver este raciocínio, decidimos desistir e associámos o “mais pequeno número inteiro” ao mínimo múltiplo comum.

Qual é o número?

Resolução 6

3º raciocínio → Final

$$\text{m.m.c. (5,6,7)} = \underline{5 \times 1^2 \times 2 \times 3 \times 7 = 210}$$

Para fazer o mínimo múltiplo comum entre os números 5, 6 e 7 tivemos de os decompor em fatores e multiplicá-los, obtendo o resultado de 210.

$$5 = 5 \times 1$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$7 = 7 \times 1$$

$$210 + 3 = 213$$

Para conseguirmos obter resto 3, foi necessário somar 3 aos 210.

Para comprovar que o 213 seria o menor número inteiro, efetuamos os seguintes cálculos auxiliares:

$$\begin{array}{r|l} 213 & 5 \\ \hline 20 & 42 \\ 13 & \\ \hline 10 & \\ \hline \textcircled{3} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 213 & 6 \\ \hline 18 & 35 \\ 033 & \\ \hline 30 & \\ \hline \textcircled{3} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 213 & 7 \\ \hline 21 & 3 \\ \hline 00\textcircled{3} & \end{array}$$

Resposta: O mais pequeno número inteiro que, dividido por 5, 6 e 7 dá sempre resto 3 é o número 213.



Resolução 7

Unidade comum nas tabuadas:

(5)	(6)	(7)
10	12	14
16	18	21
20	24	28
25	30	30
30	36	42
35	42	49
40	48	56
45	54	63
50	60	70

→ não existe 5

Comum a todos: 0

Para dar resto 3, adicionamos 3 ao 0 → 0+3=3

Como na tabuada do 7 só há um resultado com unidade, o nº 70 é a nossa nº base.

70+3=73

73 5	73 6	73 7
23 14	13 12	03 1
3	① ≠ 3	

73+70=143

143 5	143 6	143 7
43 28	23 23	03 2
3	⑤ ≠ 3	

143+70=213

213 5	213 6	213 7
13 42	33 35	03 3
③	③	

Tendo em conta que a tabuada é sequencial, chegamos à conclusão que usaremos o 70, uma vez que na tabuada do 70 a unidade 0 se repete de 70 em 70, sendo este o maior nº das 3 tabuadas terminadas em 0.

Qual a lógica do 70?

Precisava de ser mais Explicado.