

NÚMEROS E OPERAÇÕES: OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

Maria Helena Martinho

Aprendizagens essenciais

Decimais — 4.º ano

relacionar com frações

algoritmo da adição e subtração com decimais

— 5.º ano

comparar e ordenar decimais

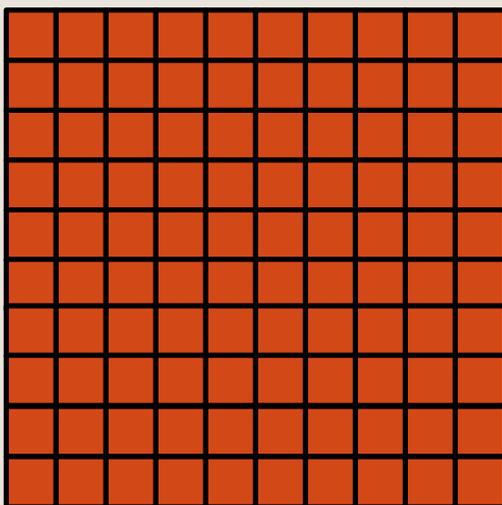
relacionar com frações e percentagens

multiplicação de números decimais

divisão com decimais

Material base-10

Ou ainda!



1
uma unidade



0,1
uma décima



0,01
uma centésima

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$3 \times 0,25$$

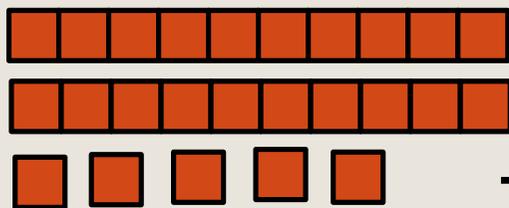
0,25

+

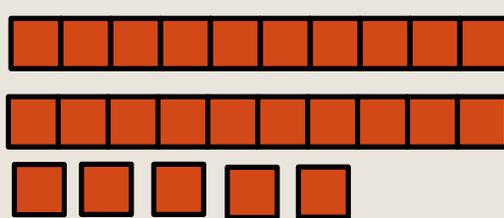
0,25

+

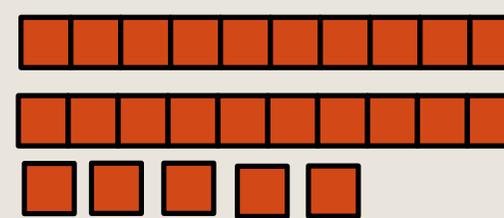
0,25



+



+



MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$3 \times 0,25$$

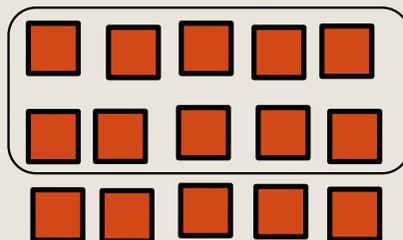
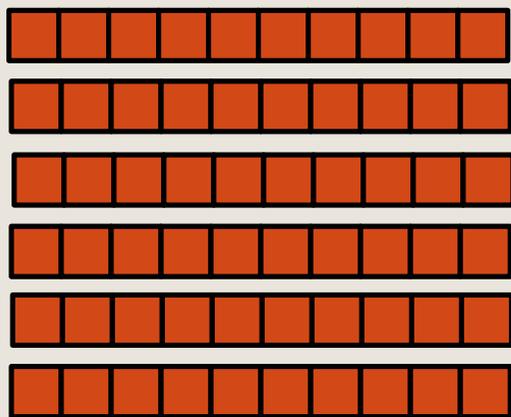
0,25

+

0,25

+

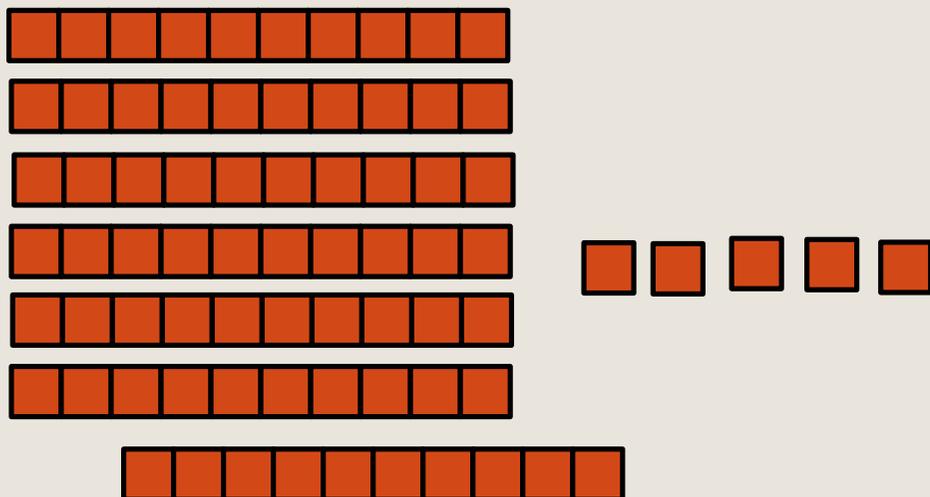
0,25



MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$3 \times 0,25$$

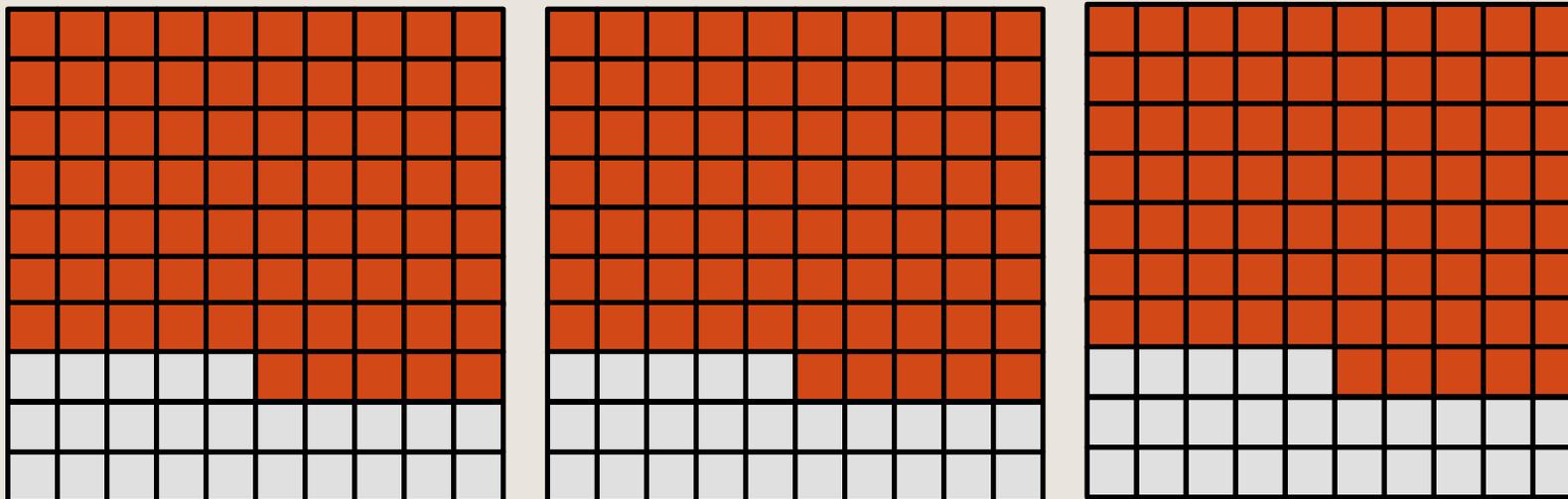
$$0,25 + 0,25 + 0,25$$



$$3 \times 0,25 = 0,75$$

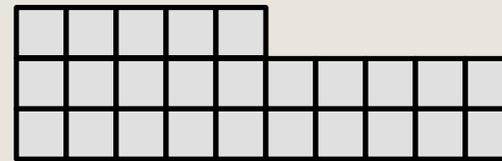
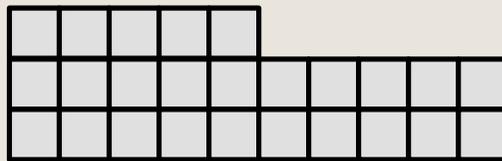
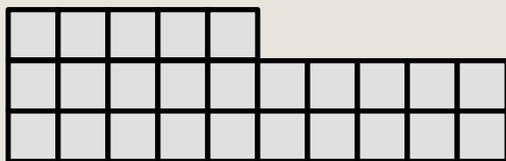
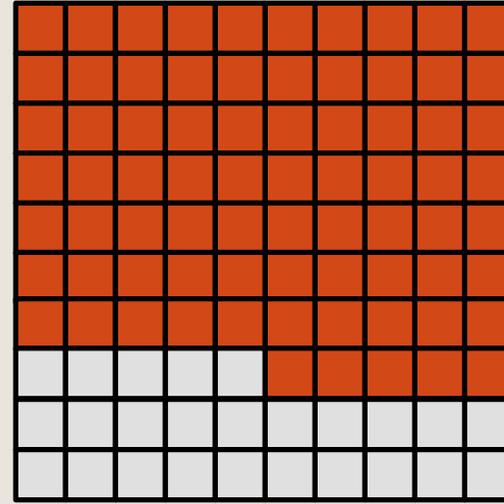
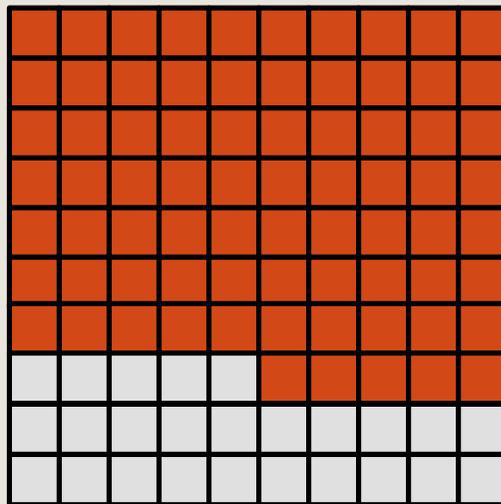
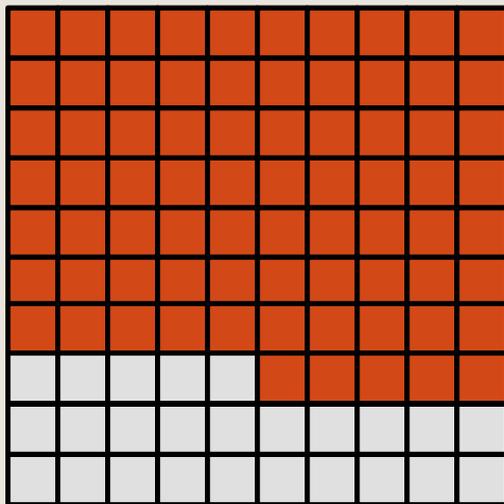
MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,25 \times 3$$



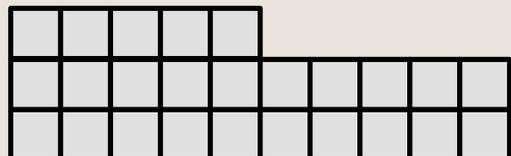
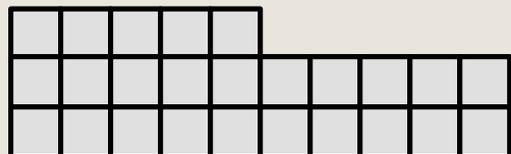
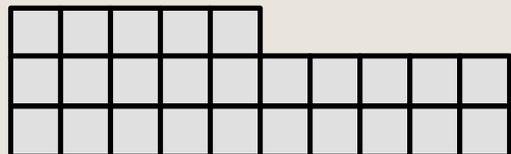
MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,25 \times 3$$



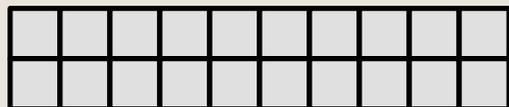
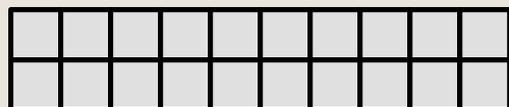
MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,25 \times 3$$



MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

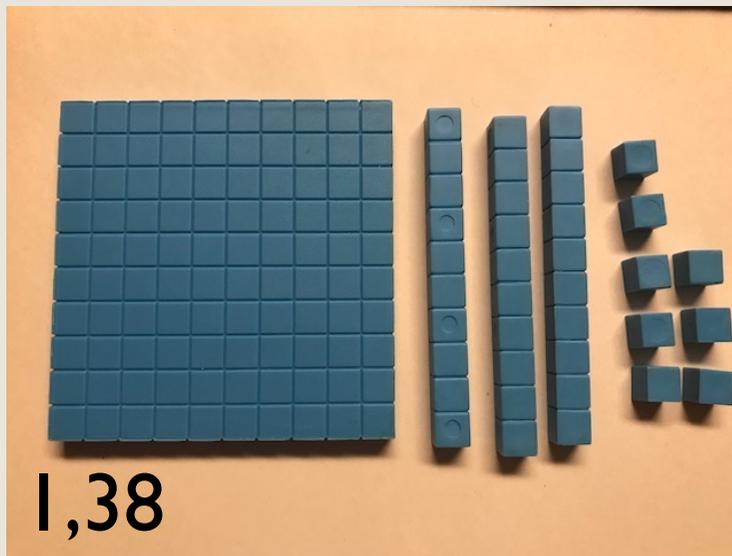
$$0,25 \times 3$$



$$= 0,75$$

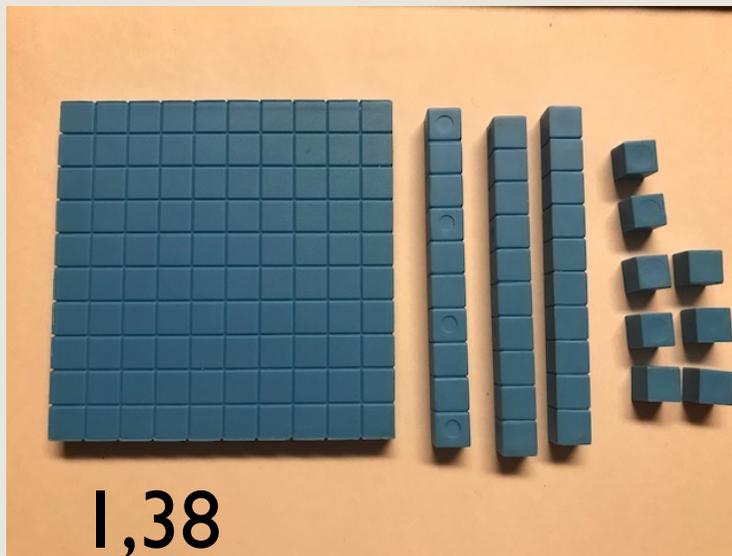
MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,5 \times 1,38$$



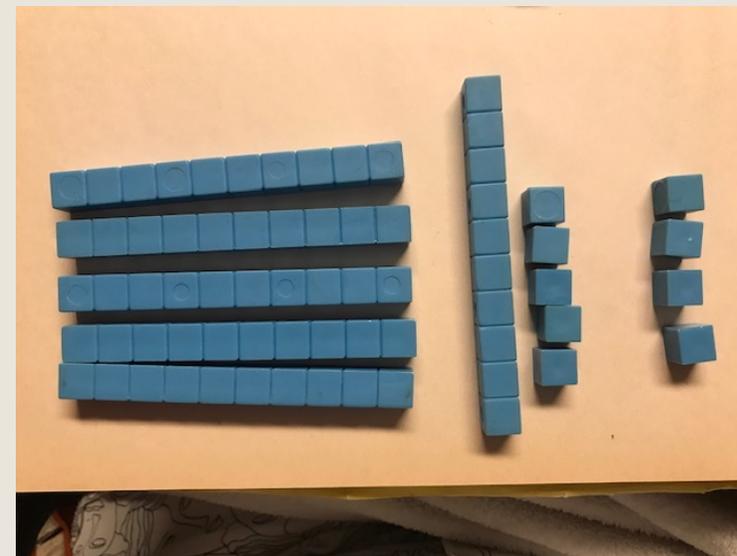
MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,5 \times 1,38$$



0,5 de 1 é metade da placa

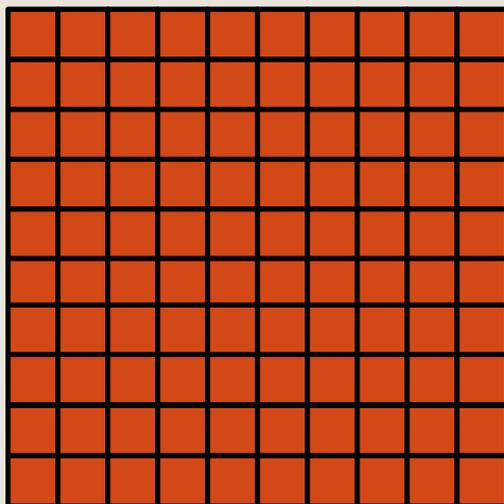
0,5 de 0,3 é metade das 3 barras, ou seja, barra e meia



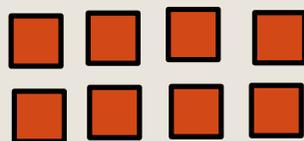
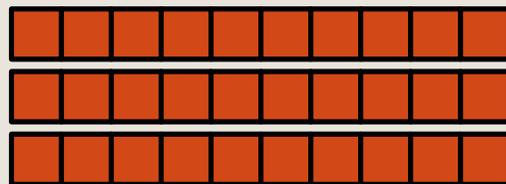
0,5 de 0,08 é 0,04

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,5 \times 1,38$$

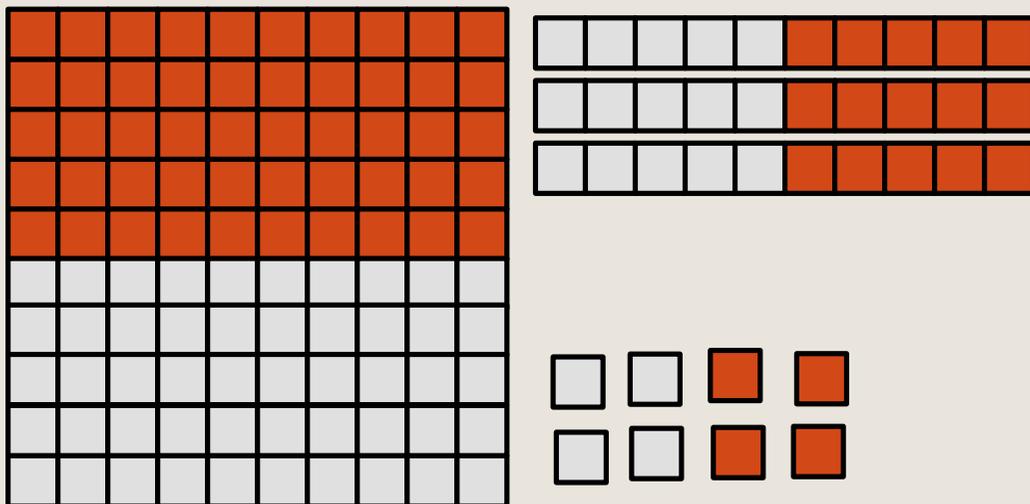


1,38



MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

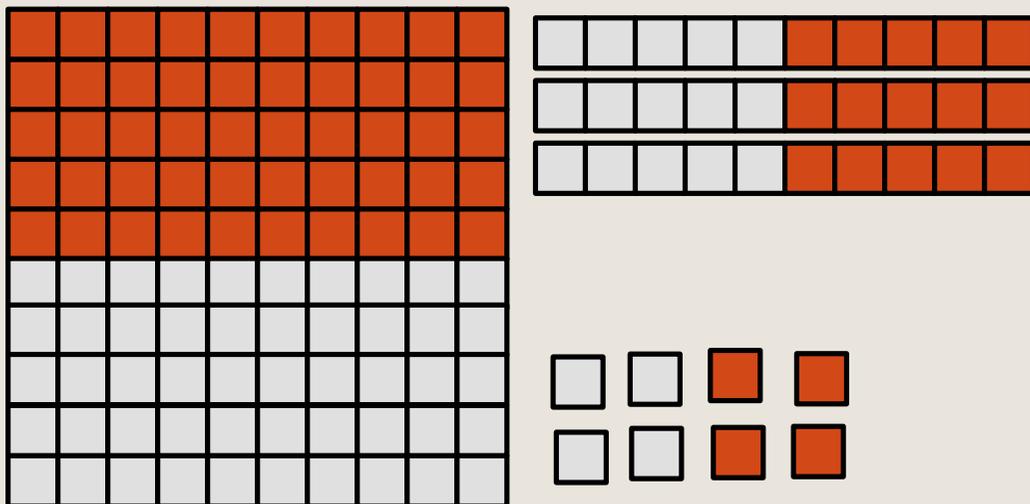
$$0,5 \times 1,38$$



$$0,5 \times 1,38$$

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

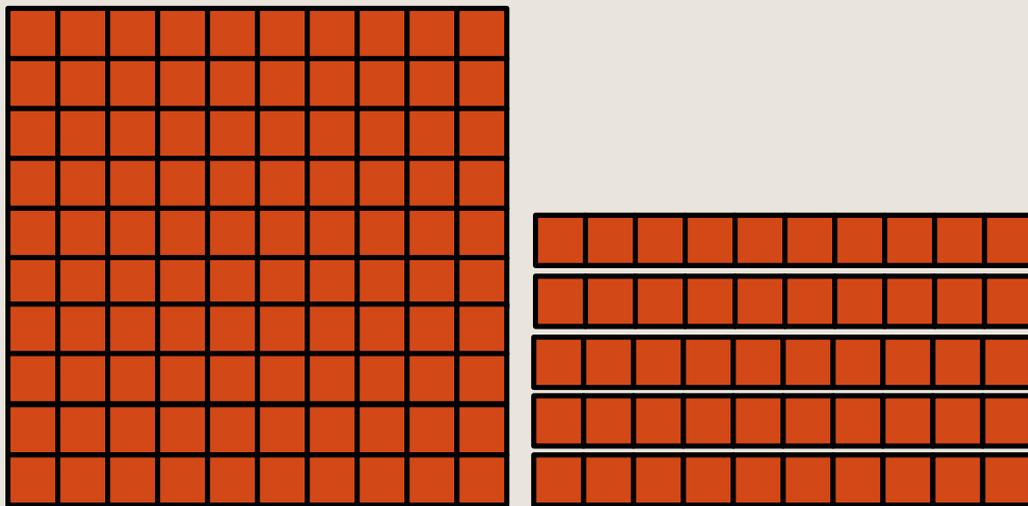
$$0,5 \times 1,38$$



$$0,5 \times 1,38 = 0,69$$

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

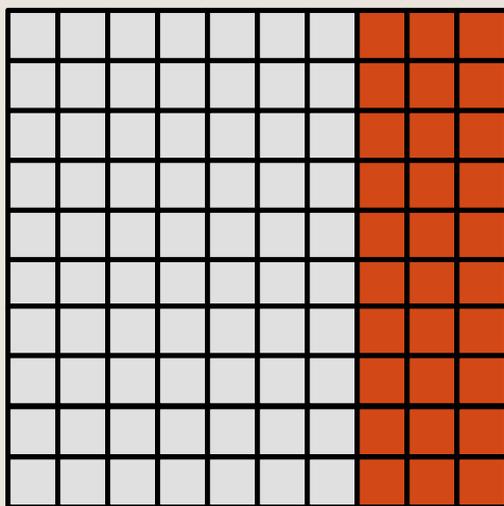
$$0,7 \times 1,5$$



1,5

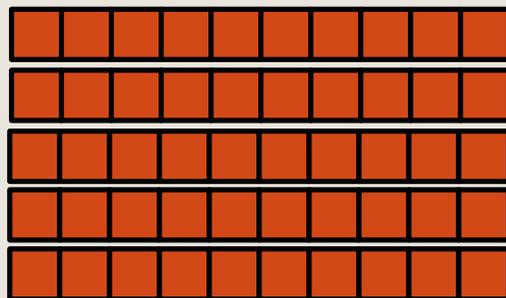
MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,7 \times 1,5$$



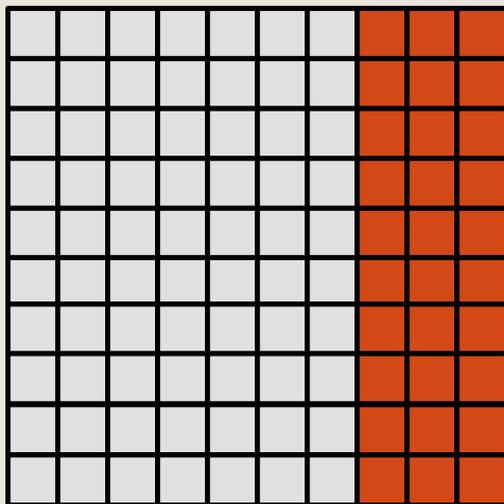
1,5

$$0,3 \times 1,5$$



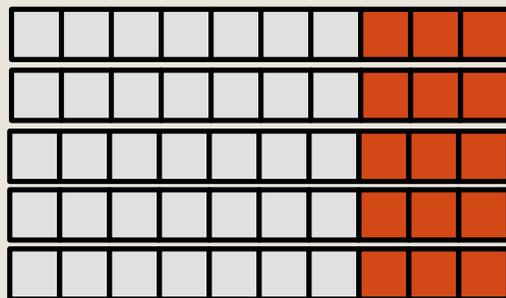
MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,7 \times 1,5$$



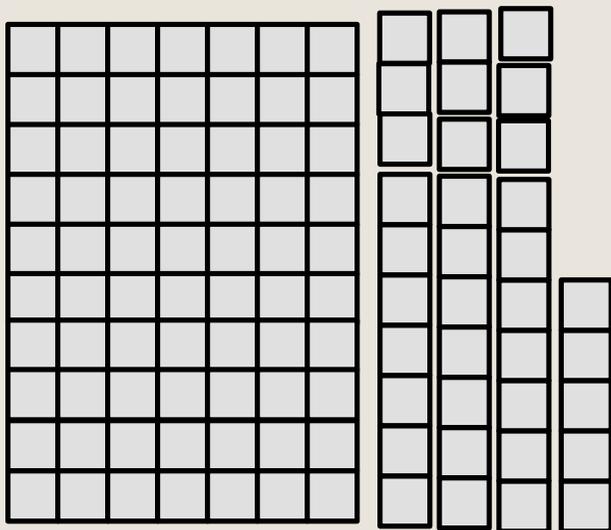
1,5

$$0,3 \times 1,5$$



MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

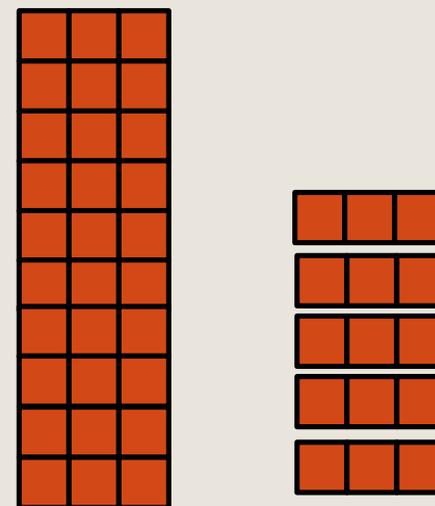
$$0,7 \times 1,5$$



1,5

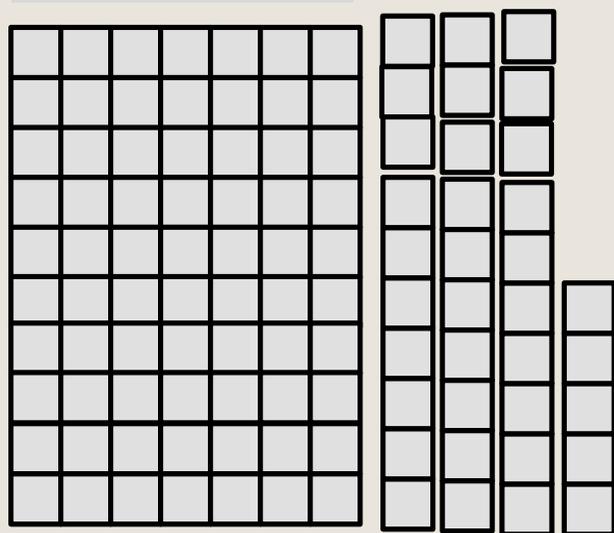
$$0,7 \times 1,5 = 1,05$$

$$0,3 \times 1,5$$



MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

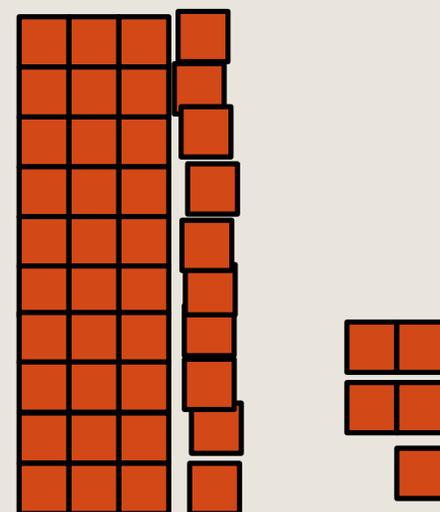
$$0,7 \times 1,5$$



1,5

$$0,7 \times 1,5 = 1,05$$

$$0,3 \times 1,5$$



$$0,3 \times 1,5 = 0,45$$

➤ Resolva recorrendo ao material base-10 as seguintes situações:

a) $2 \times 1,05$

b) $3 \times 0,64$

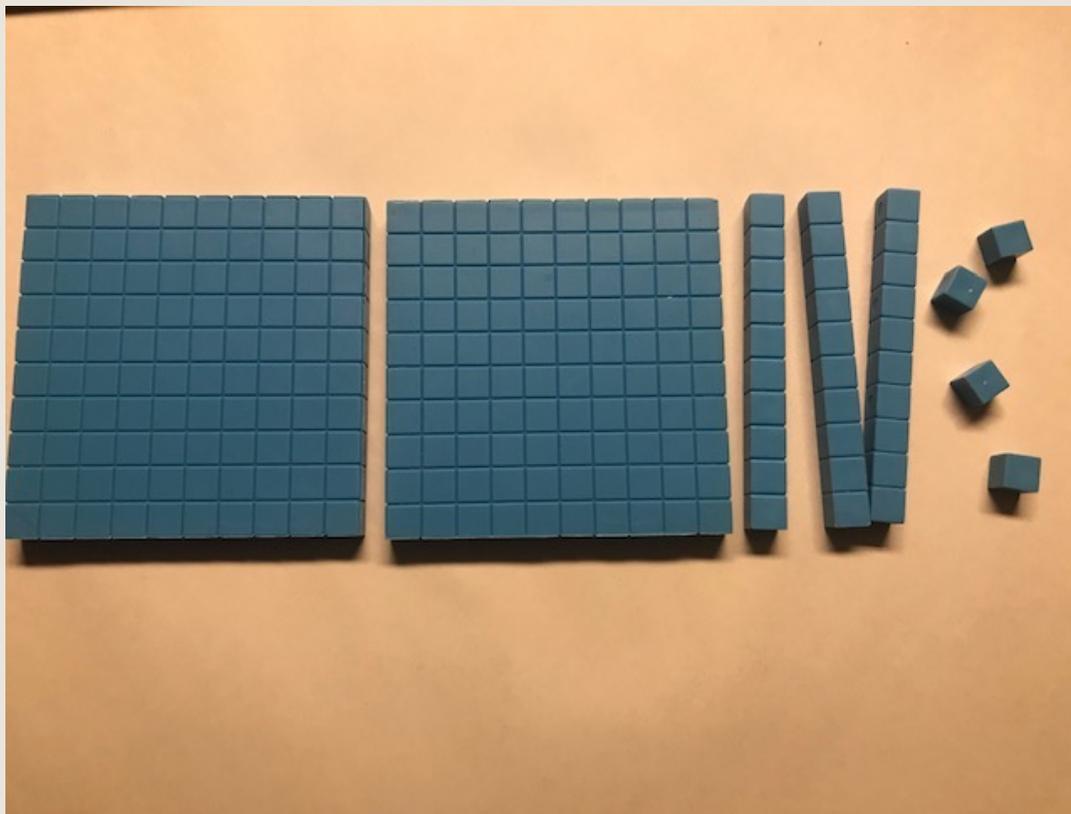
c) $0,4 \times 2,55$

d) $0,2 \times 1,1$

e) $1,2 \times 2,15$

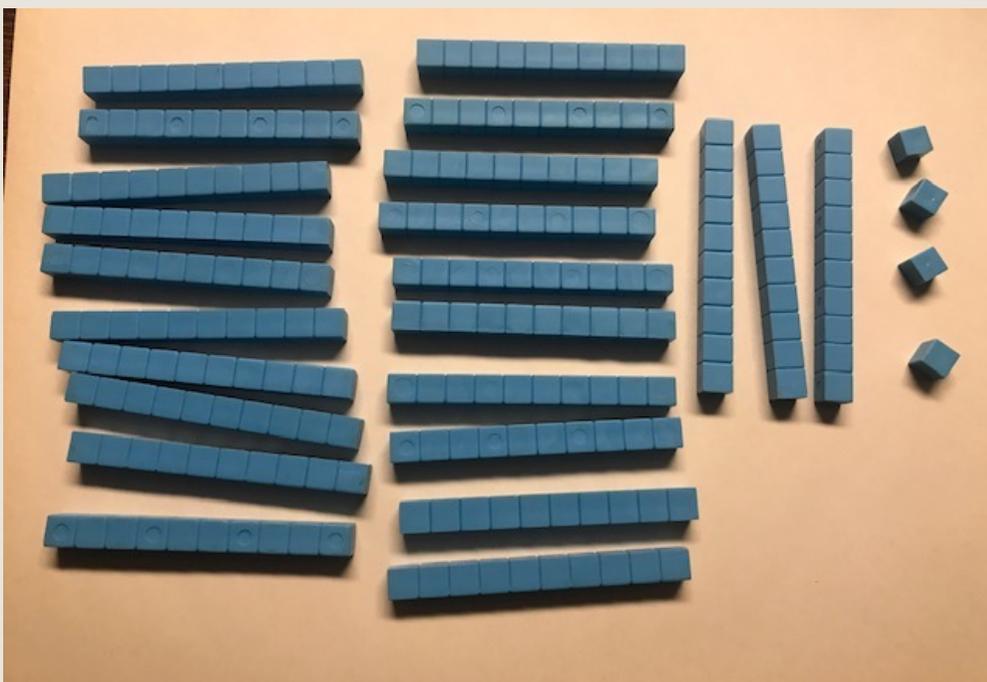
DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$2,34 : 3$$



DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$2,34 : 3$$



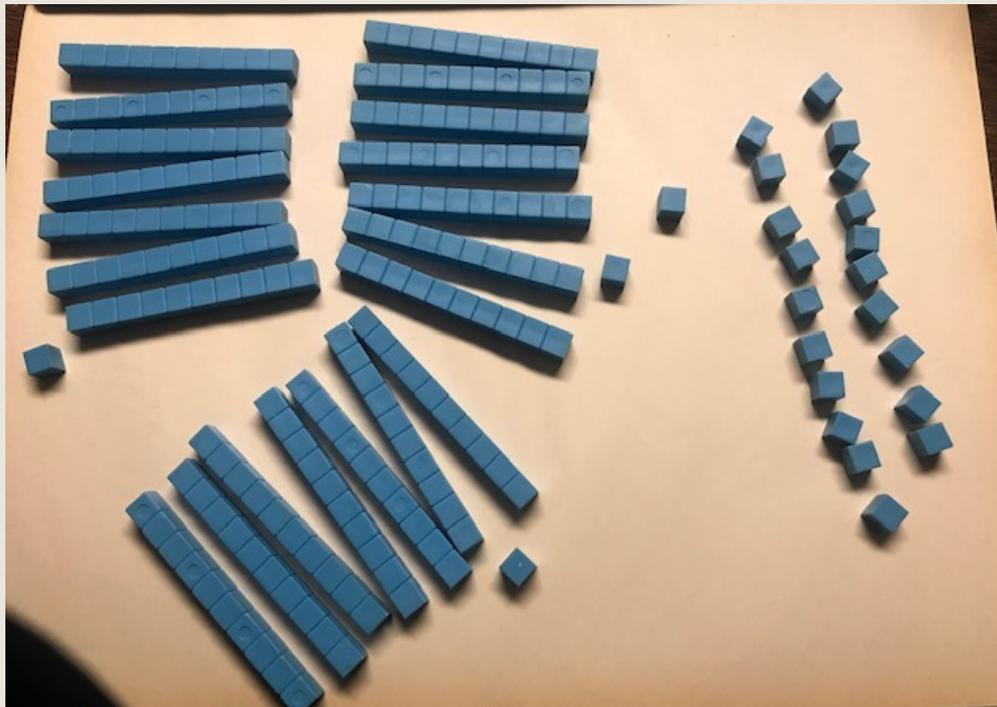
DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$2,34 : 3$$



DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$2,34 : 3$$



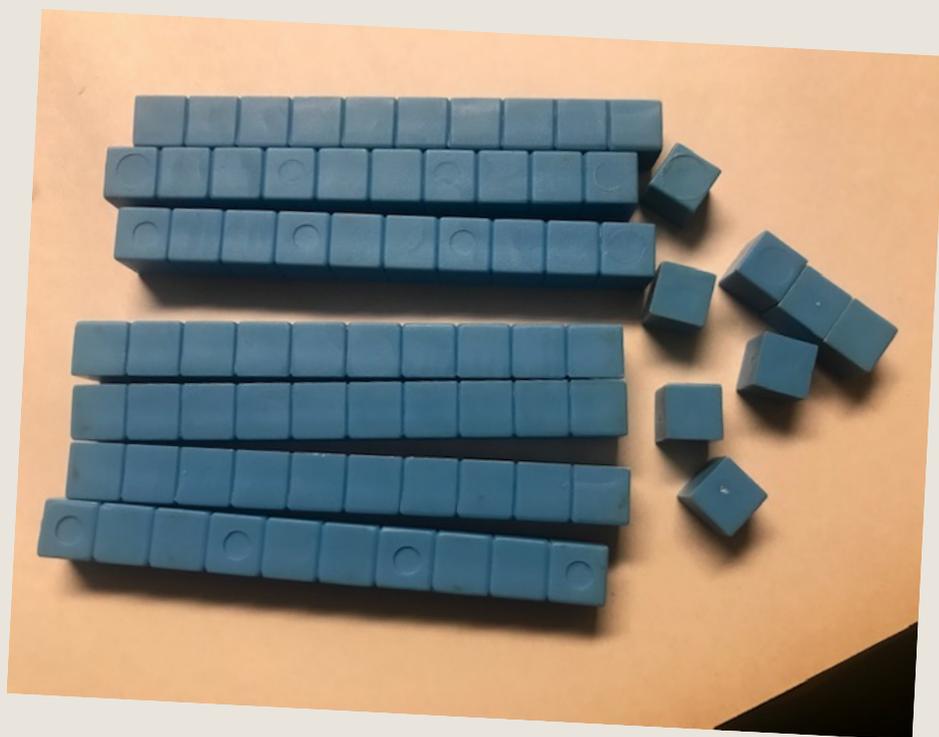
DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$2,34 : 3$$



DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

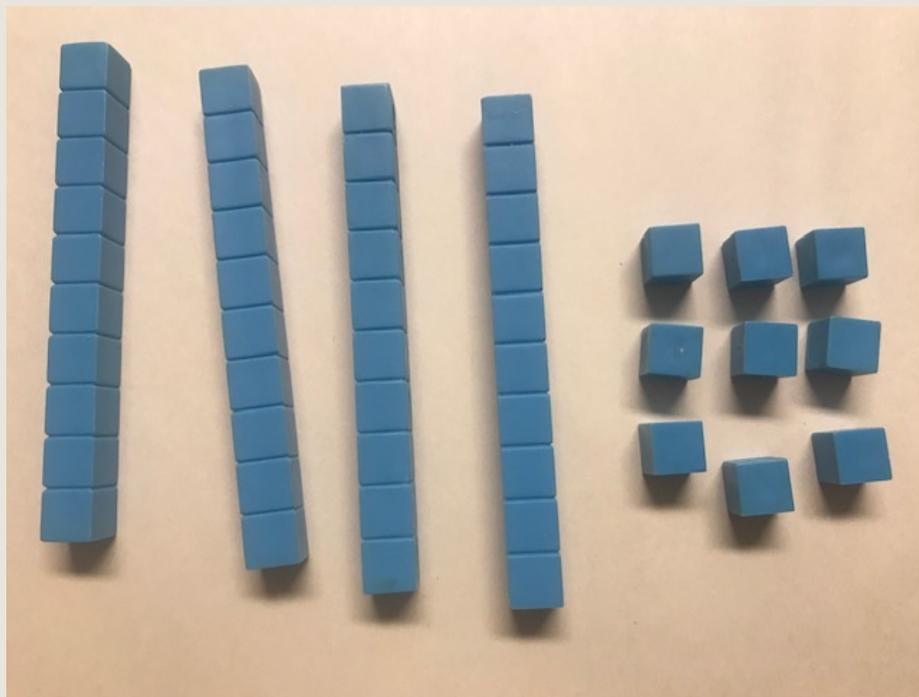
$$2,34 : 3$$



$$2,34 : 3 = 0,78$$

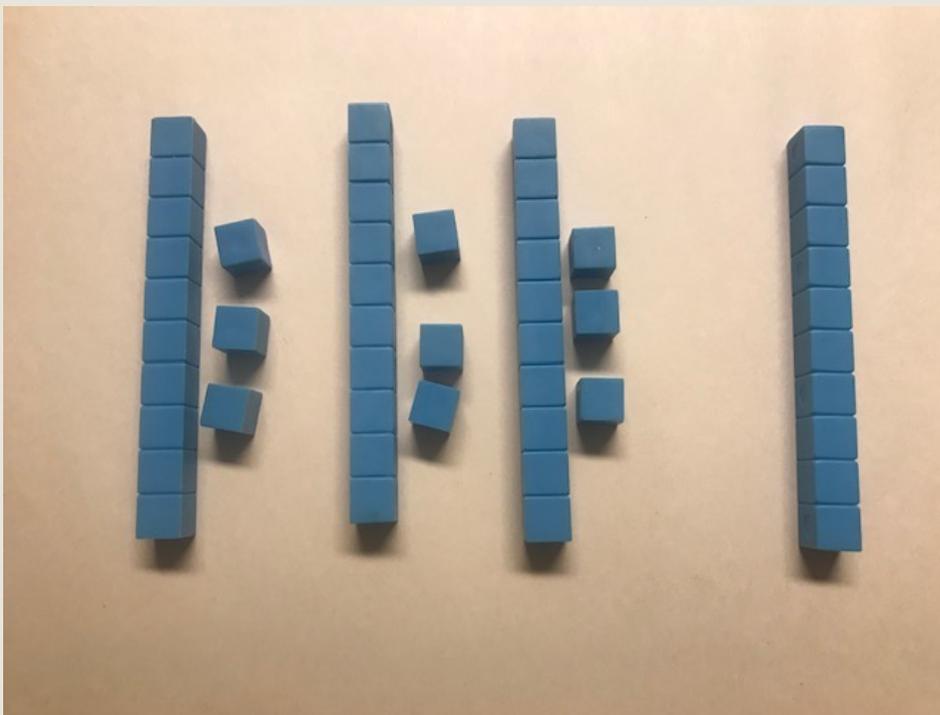
DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,49 : 3$$



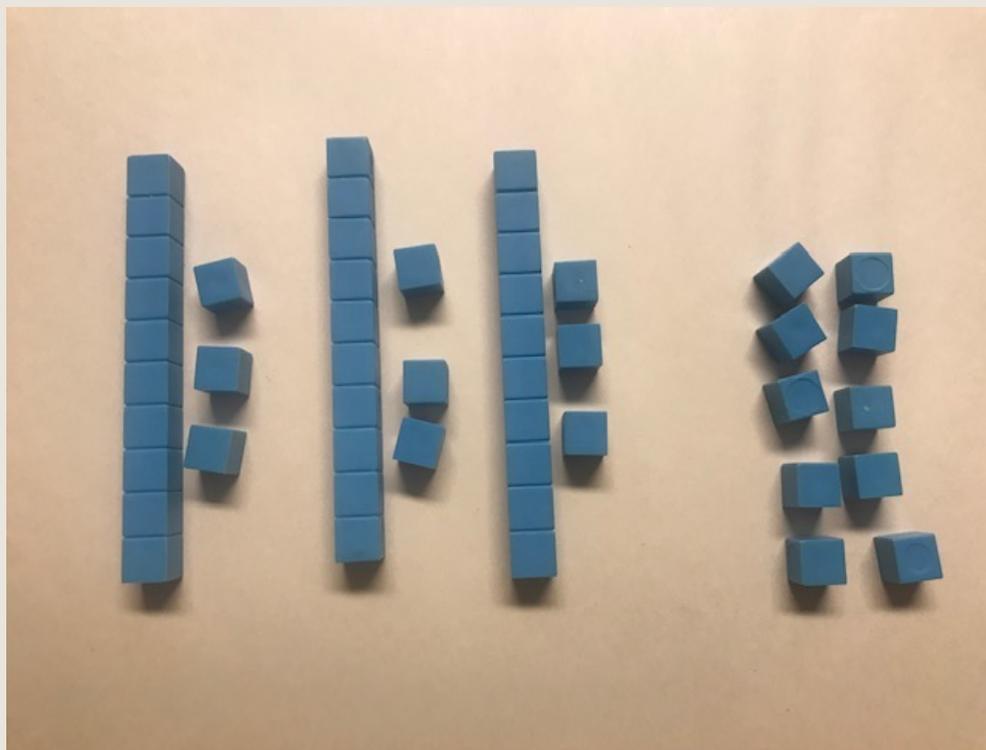
DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,49 : 3$$



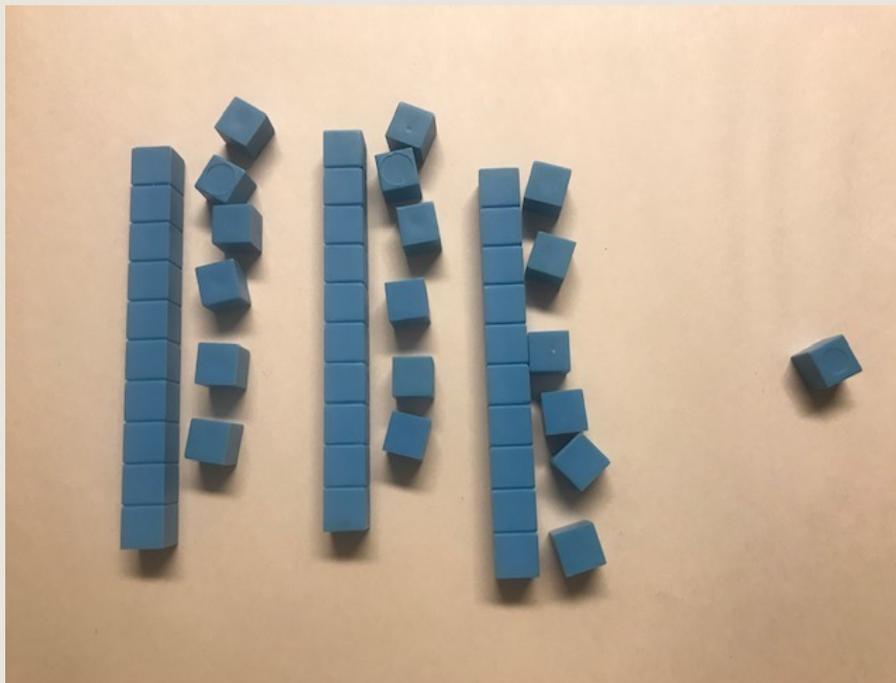
DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,49 : 3$$



DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

$$0,49 : 3$$



$$0,49 : 3 \simeq 0,16$$

$$0,49 : 3 \simeq 0,163333$$

$$0,49 : 3 = 0,16(3)$$

➤ Resolva as seguintes situações recorrendo ao material base-10:

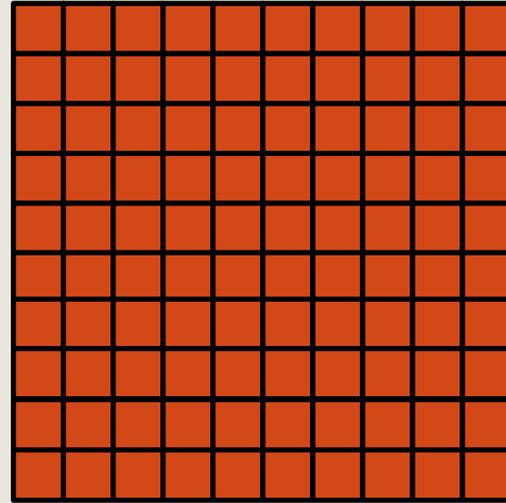
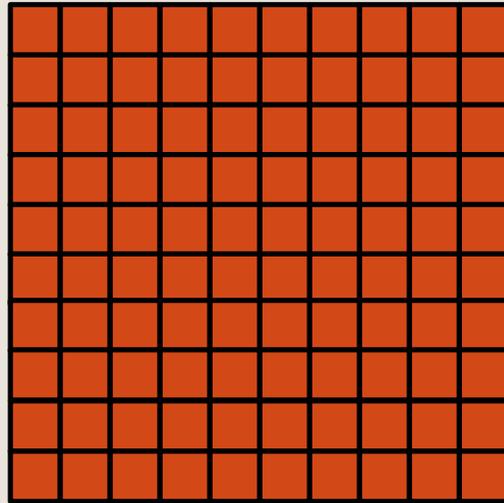
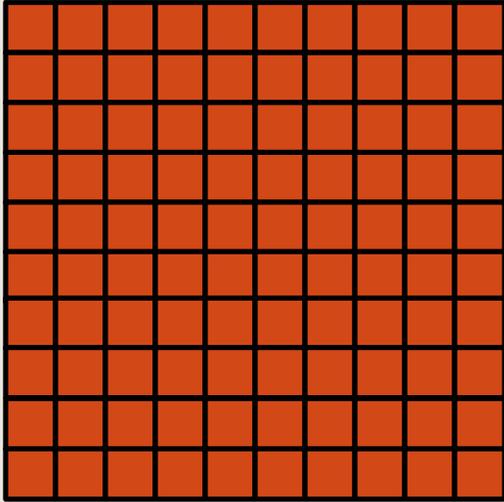
a) $2,8 \div 2$

b) $3,45 \div 3$

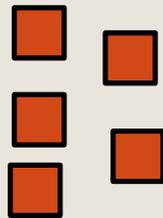
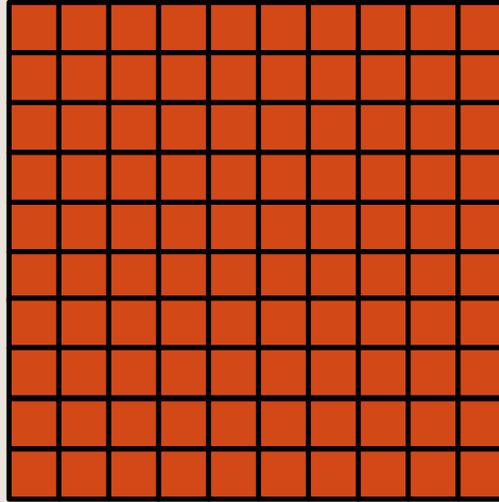
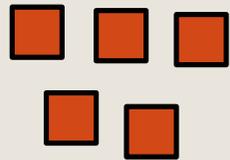
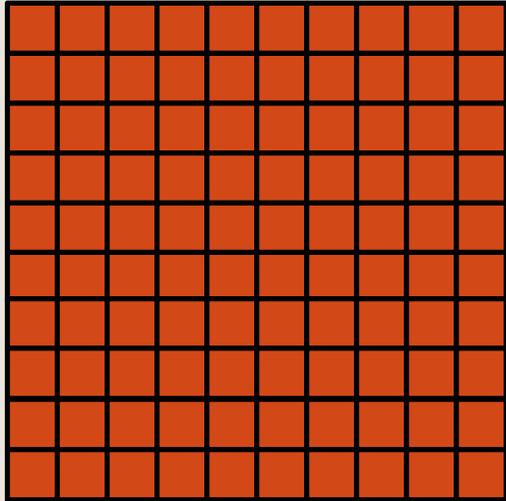
c) $2,48 \div 4$

d) $2,82 \div 0,5$

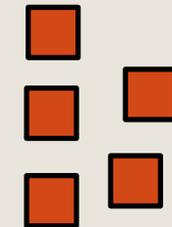
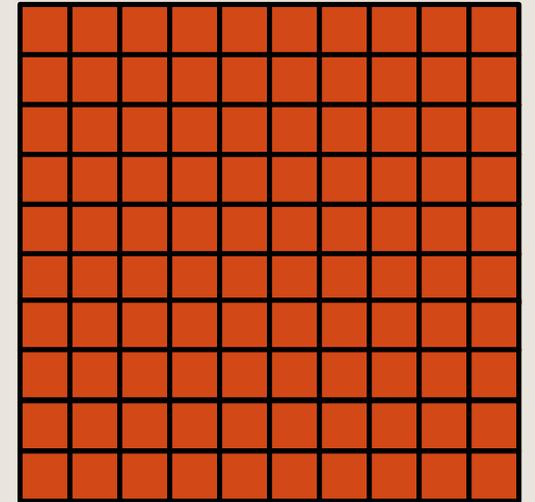
$$3,45 \div 3$$



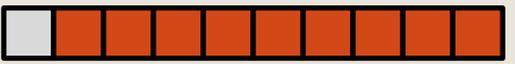
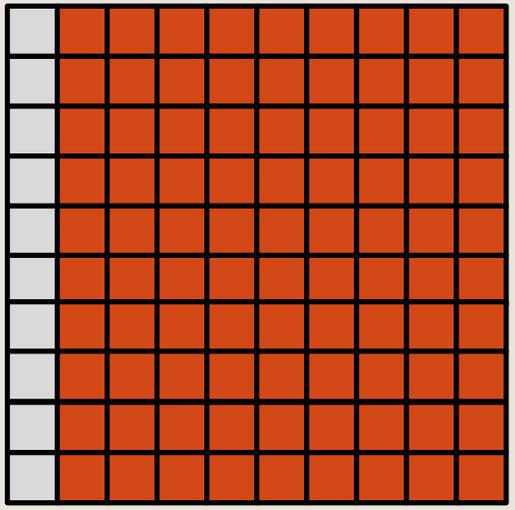
$$3,45 \div 3$$



$$3,45 \div 3 = 1,15$$



$$0,1 \times 1,1 = 0,11$$



1,1

NÚMEROS E OPERAÇÕES: OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Maria Helena Martinho

Aprendizagens essenciais

Frações

— 2.º ano

frações e seu significado

relações entre frações e ordenar frações unitárias (com materiais)

— 3.º ano

sentidos das frações / relacionar frações

operações com frações através de problemas

— 4.º ano

relação com numerais decimais

— 5.º ano

frações equivalentes e ordenar frações

adição e subtração de frações

multiplicação entre naturais e frações

— 6.º ano

frações irredutíveis

multiplicação e divisão de frações

FRAÇÕES E DECIMAIS

Conexões entre frações e decimais

Qualquer número expresso em forma de fração pode também ser expresso em forma decimal

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{1}{3} = 0,333333333 \dots = 0,(3)$$

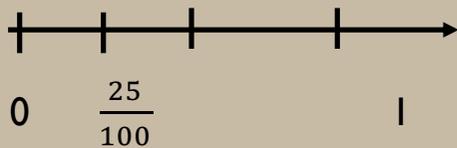
Temos uma dízima finita (0,25) e uma infinita periódica (0,3333...)

Nem todos os números expressos em forma de decimal podem ser escritos na forma de uma fração. Isto só acontece com os racionais.

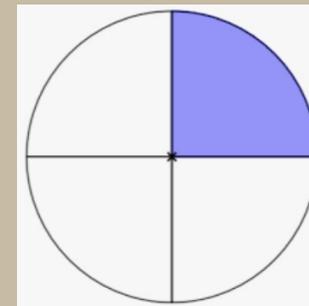
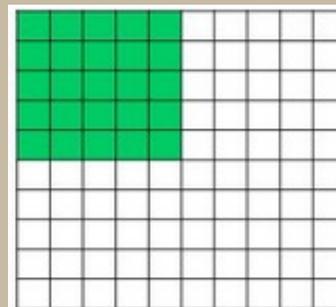
FRAÇÕES E DECIMAIS

Representação fracionária e decimal

Modelo linear



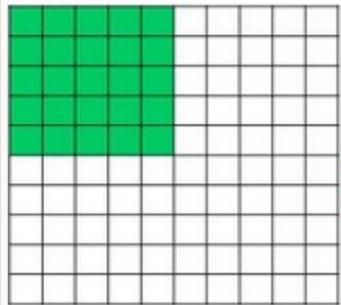
Modelo de área



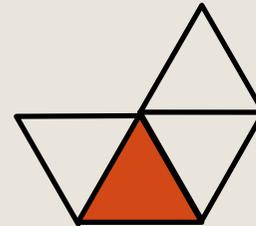
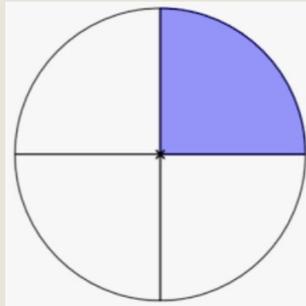
$$\frac{25}{100} = 0,25$$

FRAÇÕES

Representação



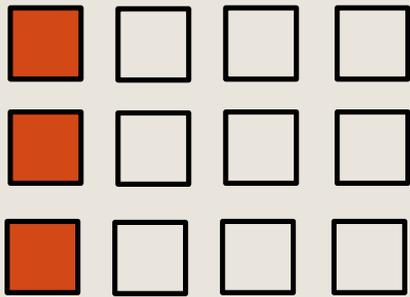
$$\frac{1}{4}$$



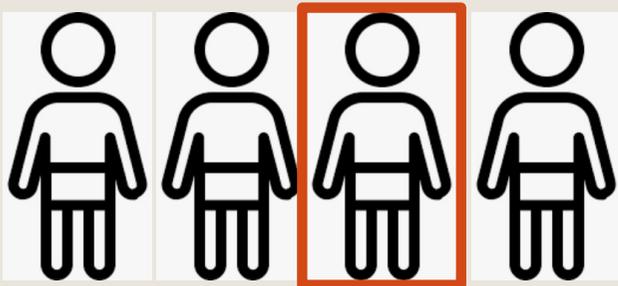
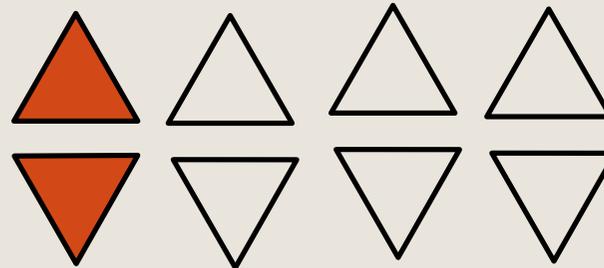
modelos de quantidades contínuas

FRAÇÕES

Representação

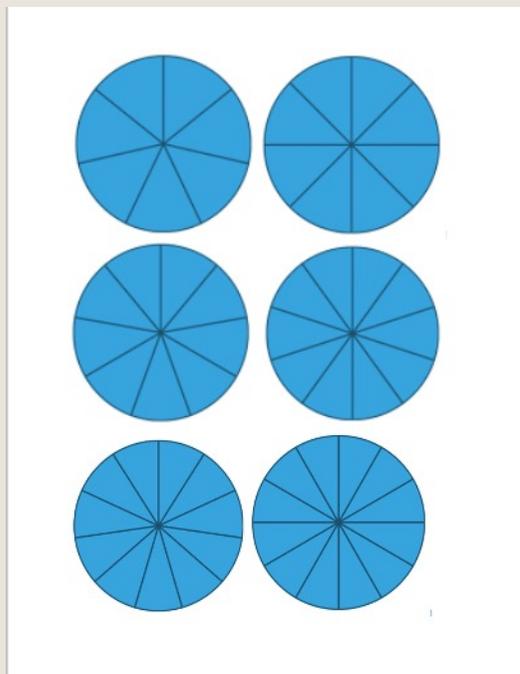
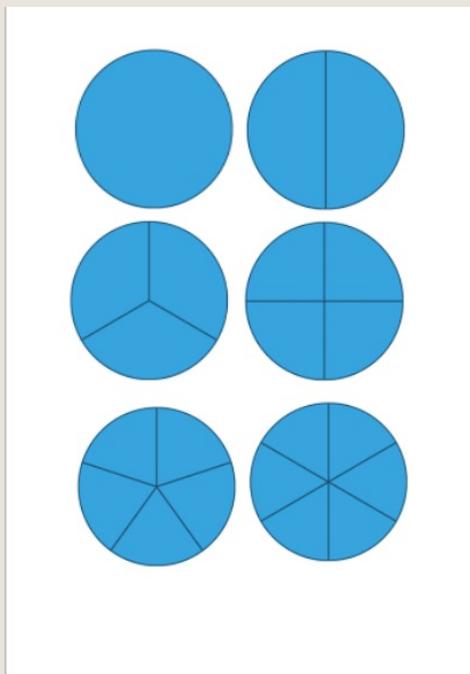


$$\frac{1}{4}$$



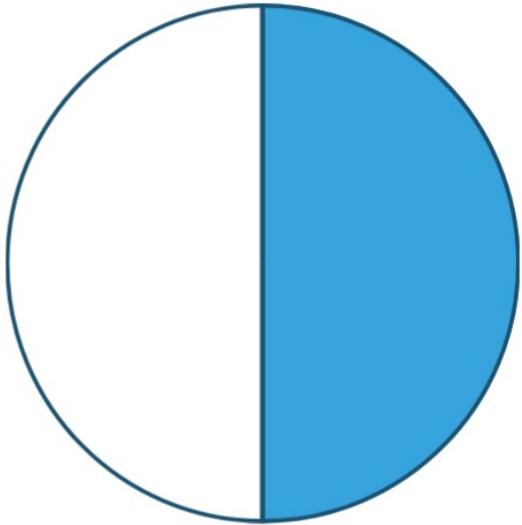
modelos de quantidades discretas

Círculo de frações

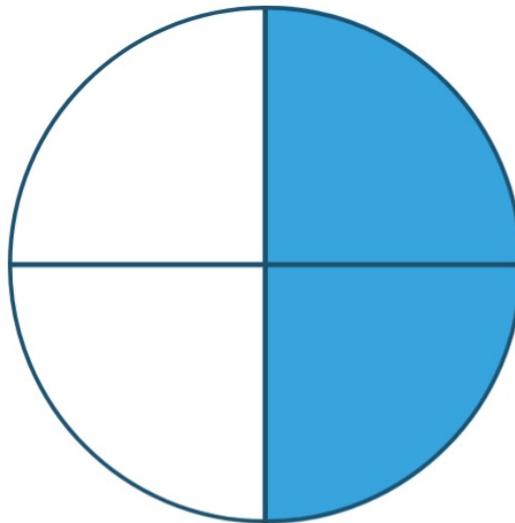


COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

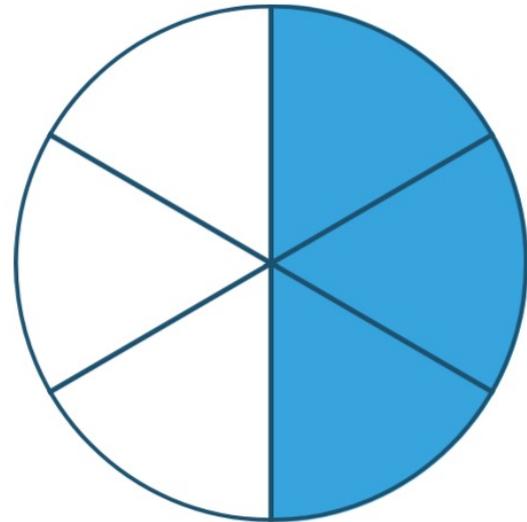
Frações equivalentes



$\frac{1}{2}$



$\frac{2}{4}$



$\frac{3}{6}$

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES



$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{5}$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$$

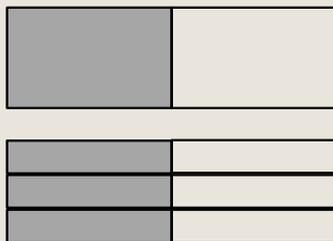
COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Frações equivalentes

Duas frações distintas que correspondem a uma mesma parte de um todo são frações equivalentes

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

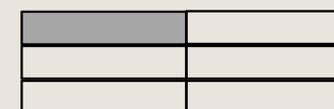
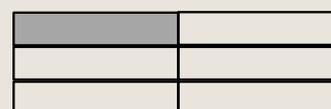
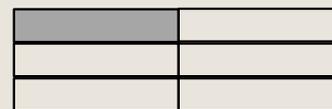
Meio chocolate é o mesmo que $\frac{3}{6}$ de chocolate



parte-todo

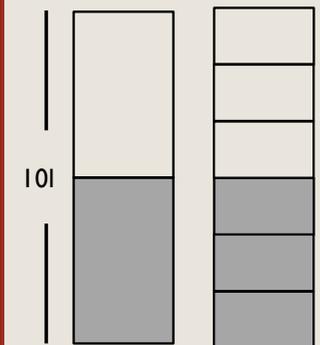


Dividir 1 chocolate por 2 pessoas resulta a mesma quantidade que dividir 3 chocolates por 6



quociente

$\frac{1}{2}$ de 10 litros é o mesmo que $\frac{3}{6}$ de 10 litros



operador

Propor problemas que incluam o uso das frações em diferentes sentidos. Exemplos:

sentido parte-todo

O António tem uma coleção de livros de banda desenhada. Cinco livros correspondem a um quarto ($\frac{1}{4}$) dos livros da sua coleção. Quantos livros tem a coleção de livros do António?

sentido quociente

Quatro amigos fizeram um piquenique e levaram para o lanche três pizzas para partilharem igualmente. Que parte comeu cada um?

ADIÇÃO DE FRAÇÕES

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$



$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



ADIÇÃO DE FRAÇÕES

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$



Reparem que

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

ADIÇÃO DE FRAÇÕES

Mais um exemplo,

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$



Podemos ver que

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

e que $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$



ADIÇÃO DE FRAÇÕES

Mais um exemplo,

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$



Assim, temos que

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$M_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, \dots\}$$

$$M_3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, \dots\}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1 \times 6}{4 \times 6} + \frac{1 \times 8}{3 \times 8} = \frac{6}{24} + \frac{8}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

ADIÇÃO DE FRAÇÕES

Resumindo, para adicionar frações precisamos encontrar frações equivalentes com o mesmo denominador para podermos adicionar.

Recorrendo aos discos podemos fazer isso, matematicamente é encontrar o menor dos múltiplos dos números que estão no denominador.

Nos casos anteriores,

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

Já tinham o mesmo denominador

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

8 é múltiplo de 4,
procurou-se a fração
equivalente com
denominador 8

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

Procurou-se um número
múltiplo de 4 e de 3.
12 é múltiplo de ambos

➤ Recorrendo aos discos de frações, calculem:

a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{4} + \frac{2}{6}$

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

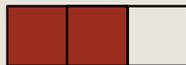
Algumas dificuldades

Comparar frações com o **mesmo denominador** é simples, basta comparar os numeradores

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{5}{3}$$



COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Algumas dificuldades

Comparar frações com o **mesmo numerador** pode causar confusão, por exemplo

$$\frac{2}{7} \quad \text{e} \quad \frac{2}{3}$$

As crianças podem assumir que a primeira é maior porque $7 > 3$.

Este erro revela que ainda não compreenderam as frações.

Pode-se ajudar a criança a reparar nas partes em que o todo é dividido.

Dividindo a unidade em 7 partes, cada parte é menor do que se dividir a unidade em 3 partes

$$\frac{2}{7}$$



$$\frac{2}{3}$$



COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Algumas dificuldades

Comparar frações com o **numerador e denominador distintos**, é mais complicado

$$\frac{7}{3} \quad \text{e} \quad \frac{5}{4}$$

O processo é arranjar uma fração equivalente a cada uma de forma que tenham o mesmo denominador

$$\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9} = \frac{28}{12} = \frac{35}{15}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12} = \frac{20}{16} = \frac{25}{20}$$

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Vejam os

$$\frac{7}{3} \quad \text{e} \quad \frac{5}{4}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9} = \frac{28}{12} = \frac{35}{15}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12} = \frac{20}{16} = \frac{25}{20}$$

então podemos comparar as frações $\frac{28}{12}$ e $\frac{15}{12}$ e conclui-se que

$$\frac{28}{12} > \frac{15}{12} \quad \text{ou seja,} \quad \frac{7}{3} > \frac{5}{4}$$

○ 12 a que chegamos é o mínimo múltiplo comum de 3 e 4

COMPARAÇÃO DE DECIMAIS

Algumas dificuldades

Comparar números decimais nem sempre é fácil

A comparação passa por comparar as unidades da mesma ordem, começando pela parte inteira.

$3,25 > 2,25$ porque $3 > 2$. Do mesmo modo, $3,25 > 2,75$ dado que $3 > 2$

Se a parte inteira for igual a comparação vai ser feita pelas décimas, em seguida pelas centésimas e assim sucessivamente.

$3,25 < 3,75$ porque $2 < 7$ comparando as décimas

COMPARAÇÃO DE DECIMAIS

Algumas dificuldades

Por vezes surgem dificuldades para as crianças na comparação

Por exemplo: 3,15 e 3,2

As crianças ao verem que $15 > 2$ concluem erradamente que 3,15 é maior.

Também podem olhar e ver que se tem mais algarismos então é porque é maior, aplicando o raciocínio dos inteiros

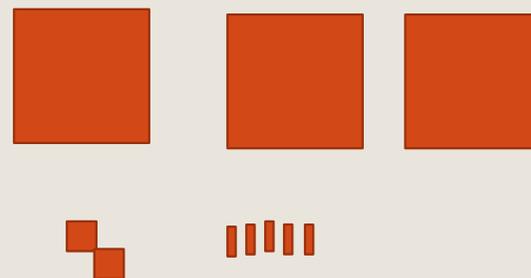
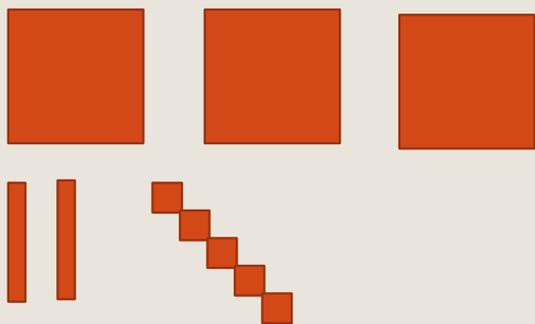
A marcação dos números na reta numérica ajuda a estabelecer comparações nos números pela sua localização

COMPARAÇÃO DE DECIMAIS

3,25

>

3,025



COMPARAÇÃO DE DECIMAIS

Algumas dificuldades

Por vezes confundem décimas e centésimas

7,5 com 7,05

Deve ler-se “sete unidades e cinco décimas e sete unidades e cinco centésimas”

Ao adicionar uma centésima ao número 49,09 colocam, por vezes, 49,010 ou mesmo, 50, revelando falta de entendimento do sistema decimal

Entre 0,1 e 0,2 assumem, por vezes, que não há números racionais. A sequência discreta dos inteiros pode causar este erro

COMPARAÇÃO DE DECIMAIS

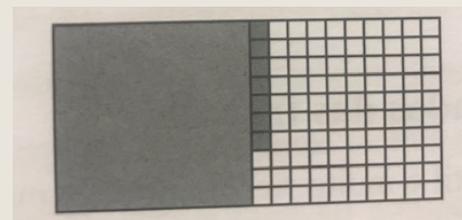
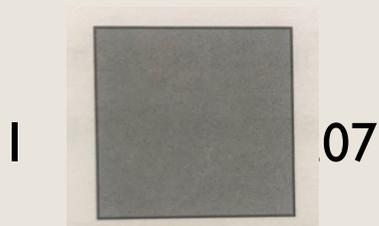
Outras dificuldades

Outro erro comum é assumirem que

$$\frac{1}{2} = 1,2$$

Revela que não atribuem significado às representações

Outra confusão. Ao considerarem que o quadrado grande representa a unidade, enganarem-se dizendo que a segunda imagem representa 1,7. Assumindo cada quadradinho como uma décima e não uma centésima



ADIÇÃO

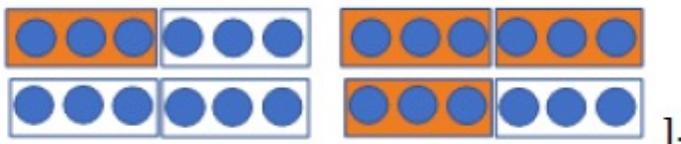
Algumas dificuldades na adição e subtração de frações ou decimais

Ao adicionar números representados por frações é comum adicionarem os numeradores e os denominadores — generalizam o que se passa com os inteiros

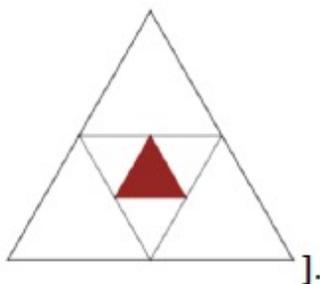
Adicionar erradamente quando uma das parcelas é um número inteiro, por exemplo, $3+4,1=4,4$ é comum mesmo quando sabem adicionar corretamente outras situações. Reflete situações em que aprenderam a colocar as vírgulas alinhadas mas não compreendem o que estão a adicionar.

Multiplicação entre naturais e frações

Propor situações que levem à compreensão da multiplicação de uma fração por um número natural, tomando uma unidade discreta e recorrendo a representações pictóricas [Exemplo: Qual o valor de $\frac{3}{4} \times 12$? Começar por decompor o problema, noutra mais simples, procurando o valor do produto com uma fração unitária. Qual o valor de $\frac{1}{4} \times 12$? Partir deste exemplo para evidenciar que, $\frac{3}{4} \times 12$ é o triplo de $\frac{1}{4} \times 12$].

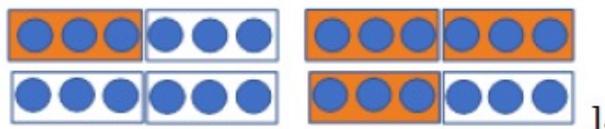


Propor que os alunos escrevam expressões numéricas que representem situações numéricas ou geométricas [Exemplo: Na figura encontra-se três triângulos diferentes. Considerando o triângulo maior como unidade de área, escreve uma expressão numérica que represente a área ocupada pelo triângulo pintado].

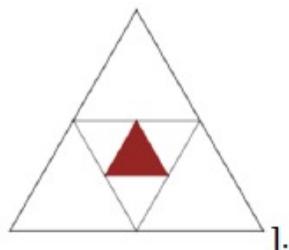


Multiplicação entre naturais e frações

Propor situações que levem à compreensão da multiplicação de uma fração por um número natural, tomando uma unidade discreta e recorrendo a representações pictóricas [Exemplo: Qual o valor de $\frac{3}{4} \times 12$? Começar por decompor o problema, noutra mais simples, procurando o valor do produto com uma fração unitária. Qual o valor de $\frac{1}{4} \times 12$? Partir deste exemplo para evidenciar que, $\frac{3}{4} \times 12$ é o triplo de $\frac{1}{4} \times 12$].



Propor que os alunos escrevam expressões numéricas que representem situações numéricas ou geométricas [Exemplo: Na figura encontra três triângulos diferentes. Considerando o triângulo maior como unidade de área, escreve uma expressão numérica que represente a área ocupada pelo triângulo pintado].



➤ Resolvam alguns problemas

Problema 1

O João misturou meio litro de sumo de fruta com $\frac{3}{4}$ de litro de leite. Qual a quantidade de batido obtido?

Problema 2

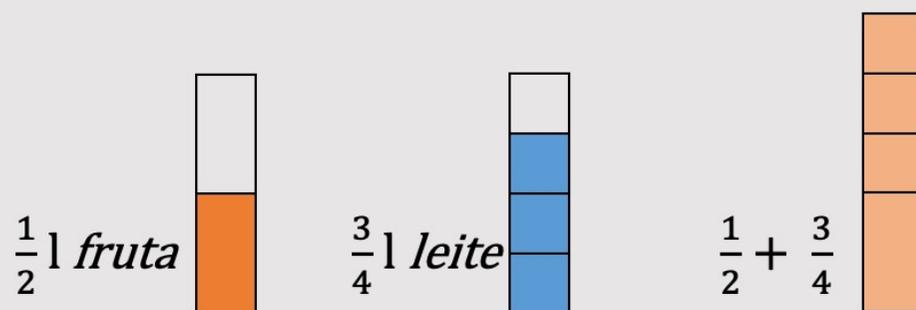
O João comprou litro e meio de leite. Preparou um bolo e gastou $\frac{3}{4}$. Quanto leite sobrou?

Problema 3

O João chegou $\frac{3}{4}$ de hora atrasado para um jogo e o seu amigo Pedro $\frac{1}{2}$ hora. Quanto tempo é que o Pedro esperou pelo João?

Problema I

O João misturou meio litro de sumo de fruta com $\frac{3}{4}$ de litro de leite. Qual a quantidade de batido obtido?



$$\frac{1}{2} \text{ l} + \frac{3}{4} \text{ l} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

O João fez $1\frac{1}{4}$ de batido

ou $\frac{5}{4}$ de litro

Problema 2

O João comprou litro e meio de leite. Preparou um bolo e gastou $\frac{3}{4}$. Quanto leite sobrou?

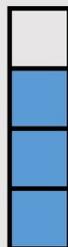
comprou:

$\frac{1}{2}$ l de leite

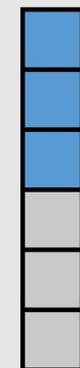


1l de leite

gastou:



Comprou 1 litro e meio de leite



sobrou

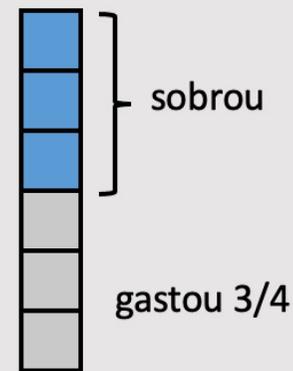
gastou $\frac{3}{4}$

Problema 2

O João comprou litro e meio de leite. Preparou um bolo e gastou $\frac{3}{4}$. Quanto leite sobrou?

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} &= 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \\ &= \frac{4}{4} + \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = \\ &= \frac{6}{4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

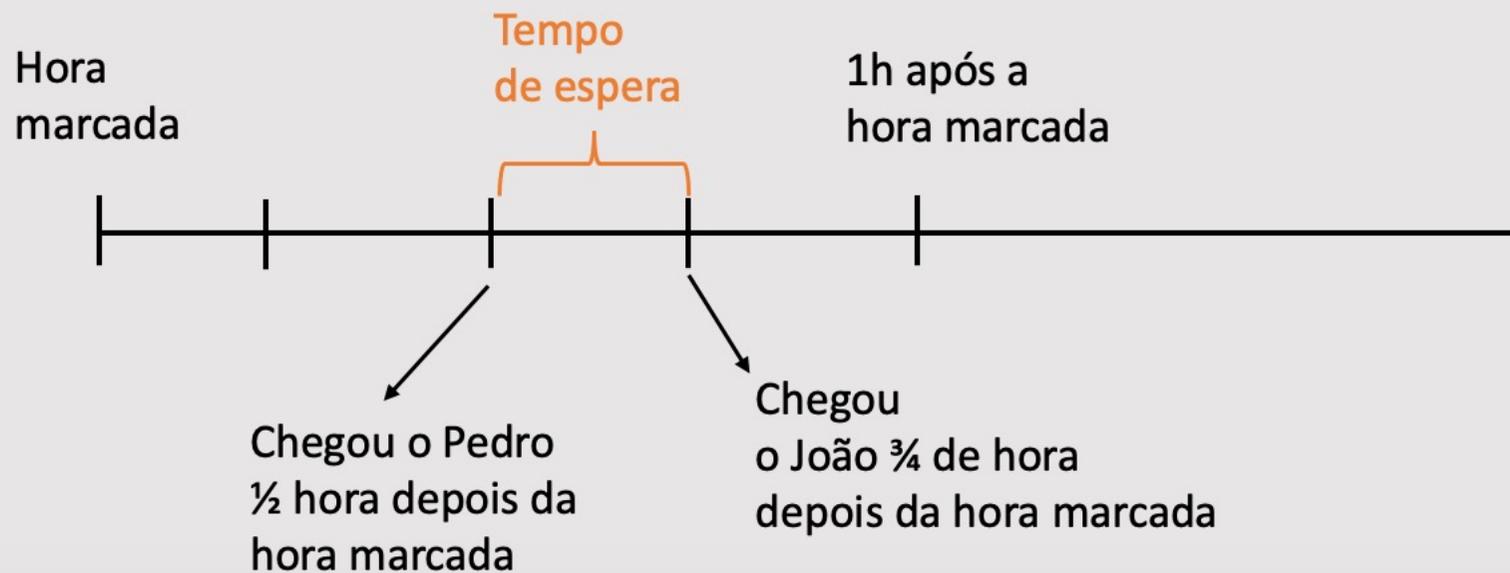
Comrou 1 litro e meio de leite



Sobrou $\frac{3}{4}$ l de leite

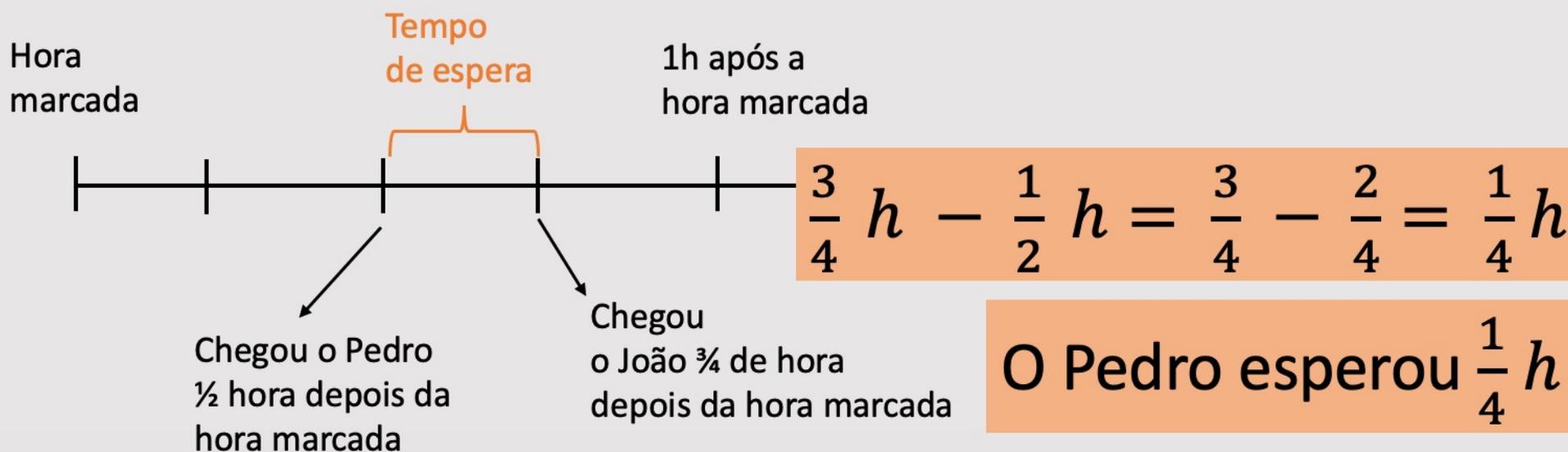
Problema 3

O João chegou $\frac{3}{4}$ de hora atrasado para um jogo e o seu amigo Pedro $\frac{1}{2}$ hora. Quanto tempo é que o Pedro esperou pelo João?



Problema 3

O João chegou $\frac{3}{4}$ de hora atrasado para um jogo e o seu amigo Pedro $\frac{1}{2}$ hora. Quanto tempo é que o Pedro esperou pelo João?



Bibliografia / Documentos de suporte

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. DGIDC- ME.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Org.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Escolar Editora.

Greeno, J. (1991). Numer sense as situated in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-217.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos: Tarefas e desafios para a sala de aula*. Educação Hoje.

Ribeiro, C. M. (2011). Abordagem aos números decimais e suas operações: A importância de uma eficaz navegação entre representações. *Educação e Pesquisa*, 37(2), 407-422.

Serrazina, L. (2007) (Coord.). *Ensinar e aprender Matemática no 1º Ciclo*. Texto Editores.

Tavares, D., Pinto, H., Menino, H., Rocha, I., Rodrigues, M., Rainho, N., Cadima, R., & Costa, R. (2019). *Desafios Matemáticos: 20 anos de problemas para os primeiros anos*. ESECS, Instituto Politécnico de Leiria.

Yáñez, J. C., González, L. C. C., Rodríguez, N. C., Navarro, M. A. Montes, Ávila, D. I. E., & Medrano, E. F. (2016). Didáctica de las matemáticas para maestros de educación pprimaria. *Didáctica Y Desarrollo*.