

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

- O que é um problema
- O que distingue um problema de outros tipos de tarefas
- Resolução de problemas
- Modelo de Polya
- Estratégias de resolução de problemas
- Classificação de problemas
- Planificação e avaliação de resolução de problemas
- Formulação e transformação de problemas
- Capacidade de resolução de problemas e outras capacidades matemáticas

Tarefa 0 LEILÃO de Competências



Tarefa 0 LEILÃO de Competências

- Compreender bem um texto ou enunciado
- Raciocinar de forma eficaz
- Explicar bem uma ideia
- Escrever claramente
- Ser persistente
- Saber lidar com a frustração
- Ter facilidade em pesquisar
- Ter facilidade no cálculo mental
- Ter facilidade em usar tecnologia

O que é um problema?

Tarefa 1

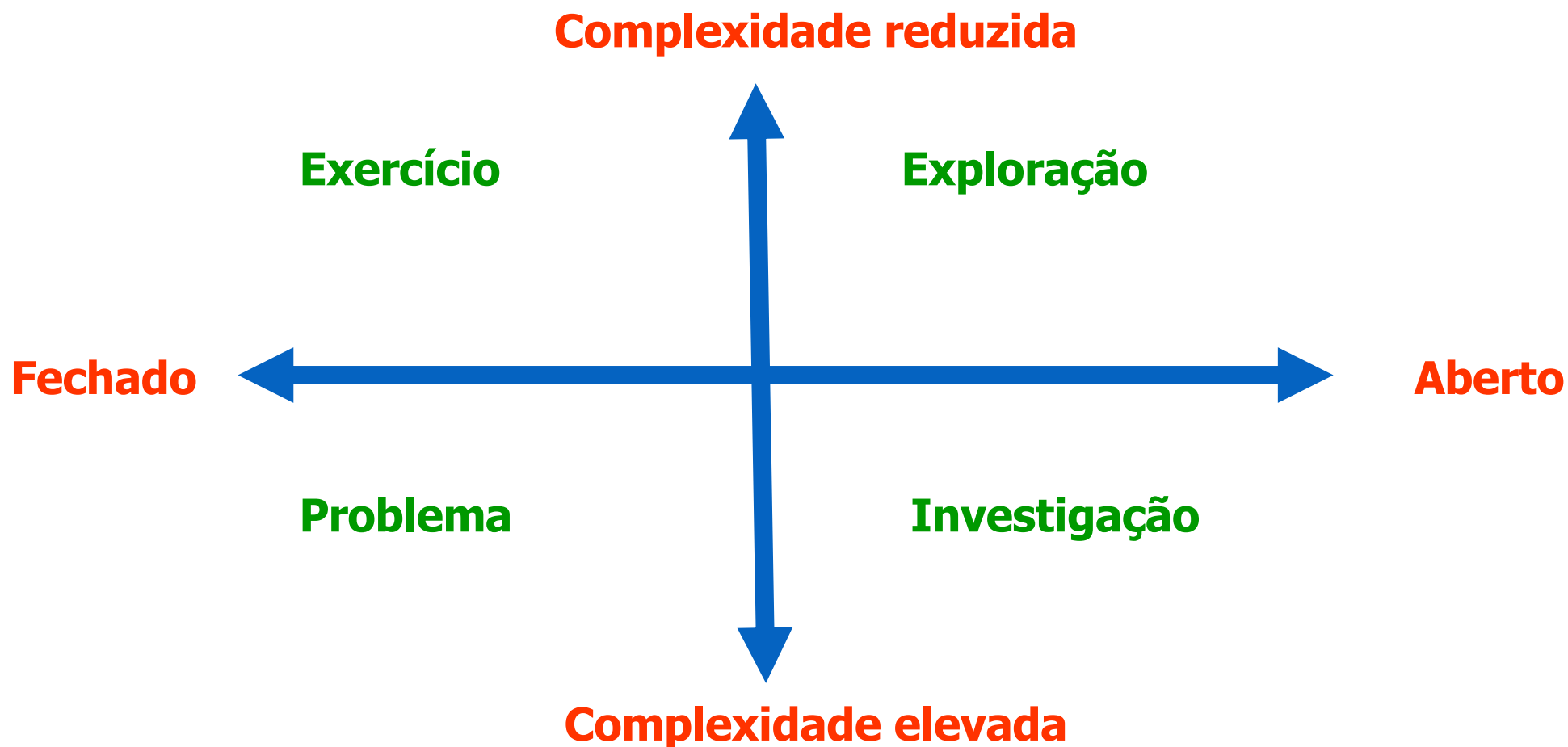
O que é um PROBLEMA?

- O que consideram ser um problema de Matemática?
- Quais as características que atribuem a um problema?
- O que vos parece que o distingue de outras tarefas?

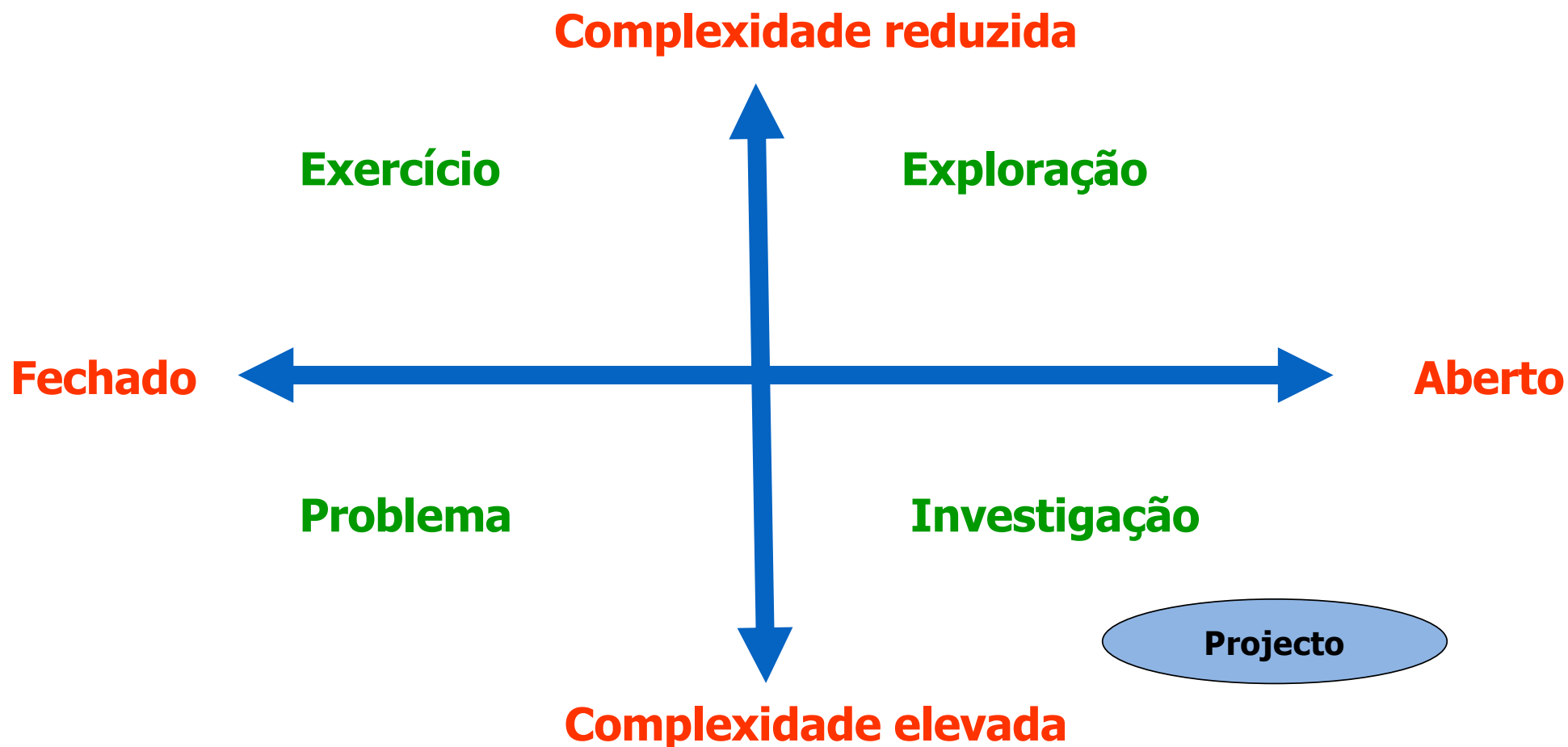
Tarefas diversas

- A experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam **poderosas** e **desafiantes**, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens.
- Importa considerar tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir, destacando-se as propostas que possibilitam que os alunos reconheçam a relevância da Matemática, focando-se na articulação com outras áreas de conhecimento ou com a realidade, usando a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas.

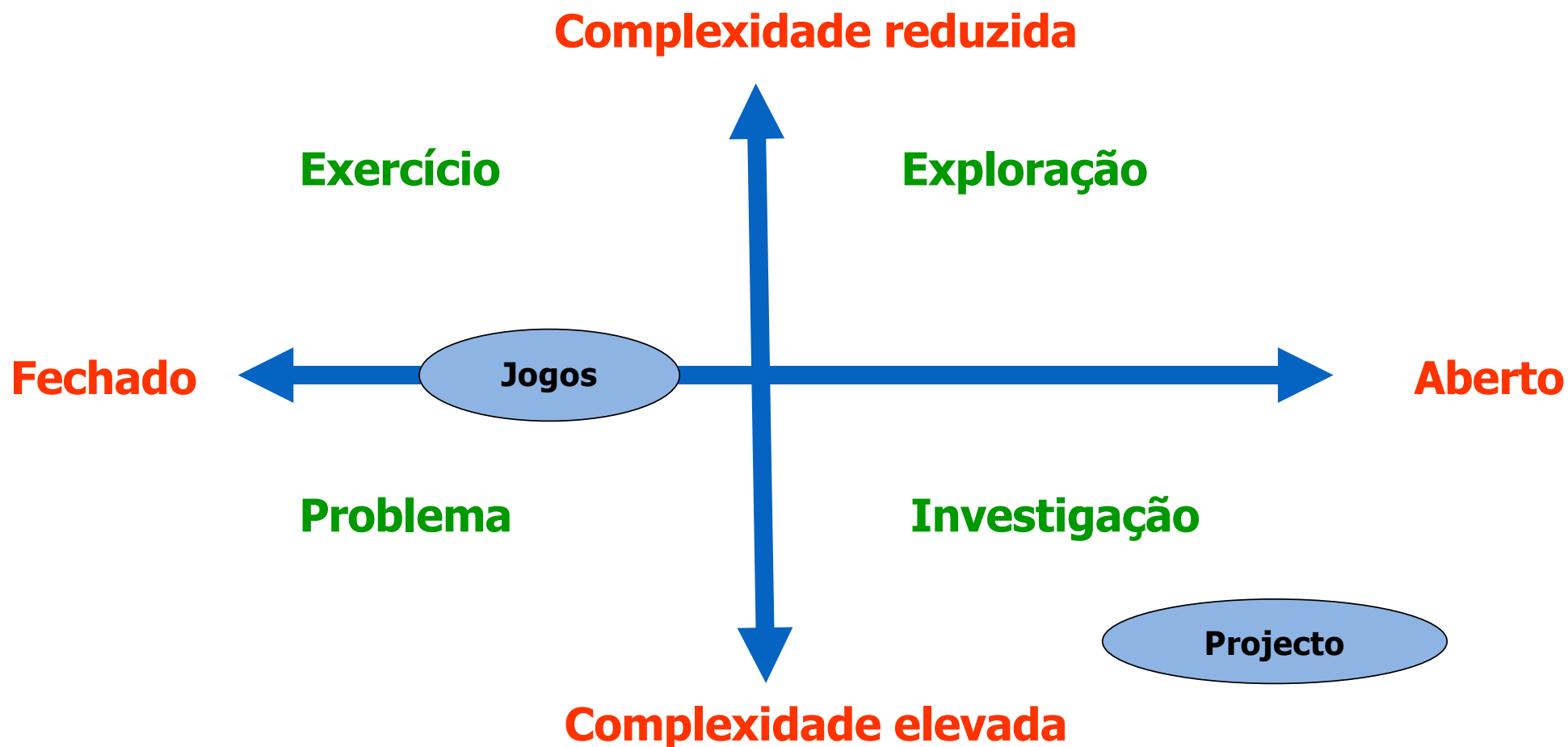
Tarefas matemáticas



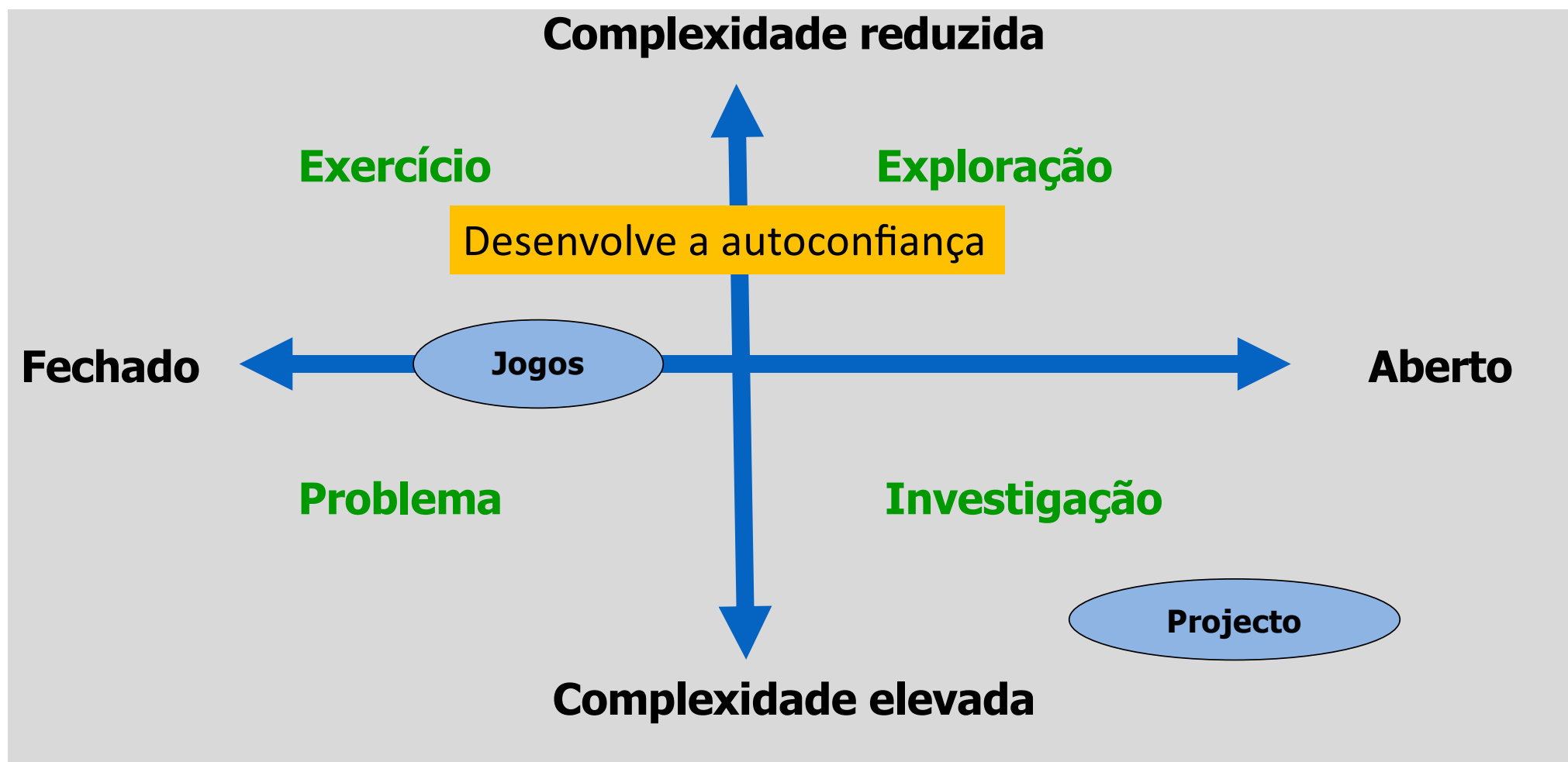
Tarefas matemáticas



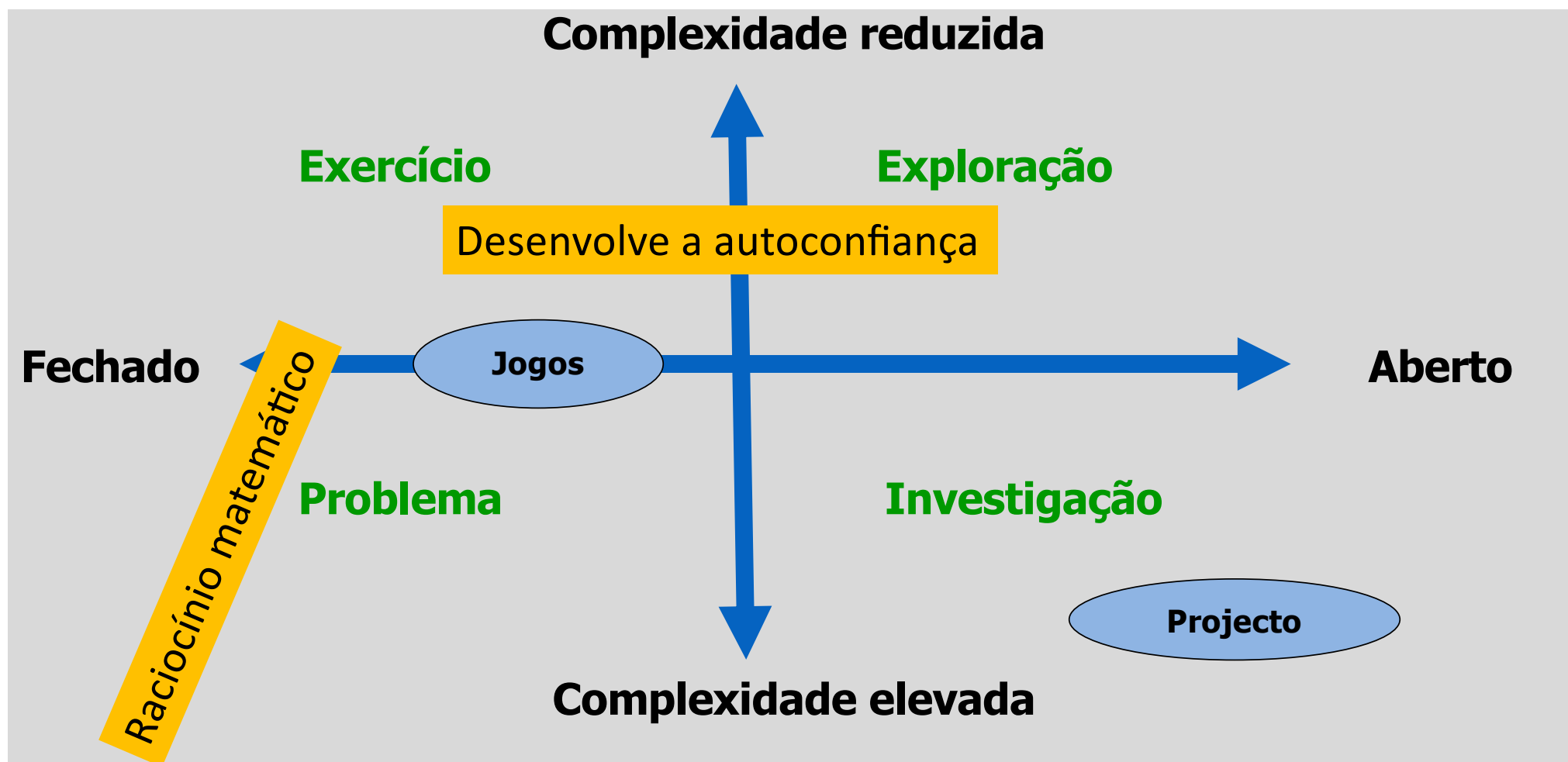
Tarefas matemáticas



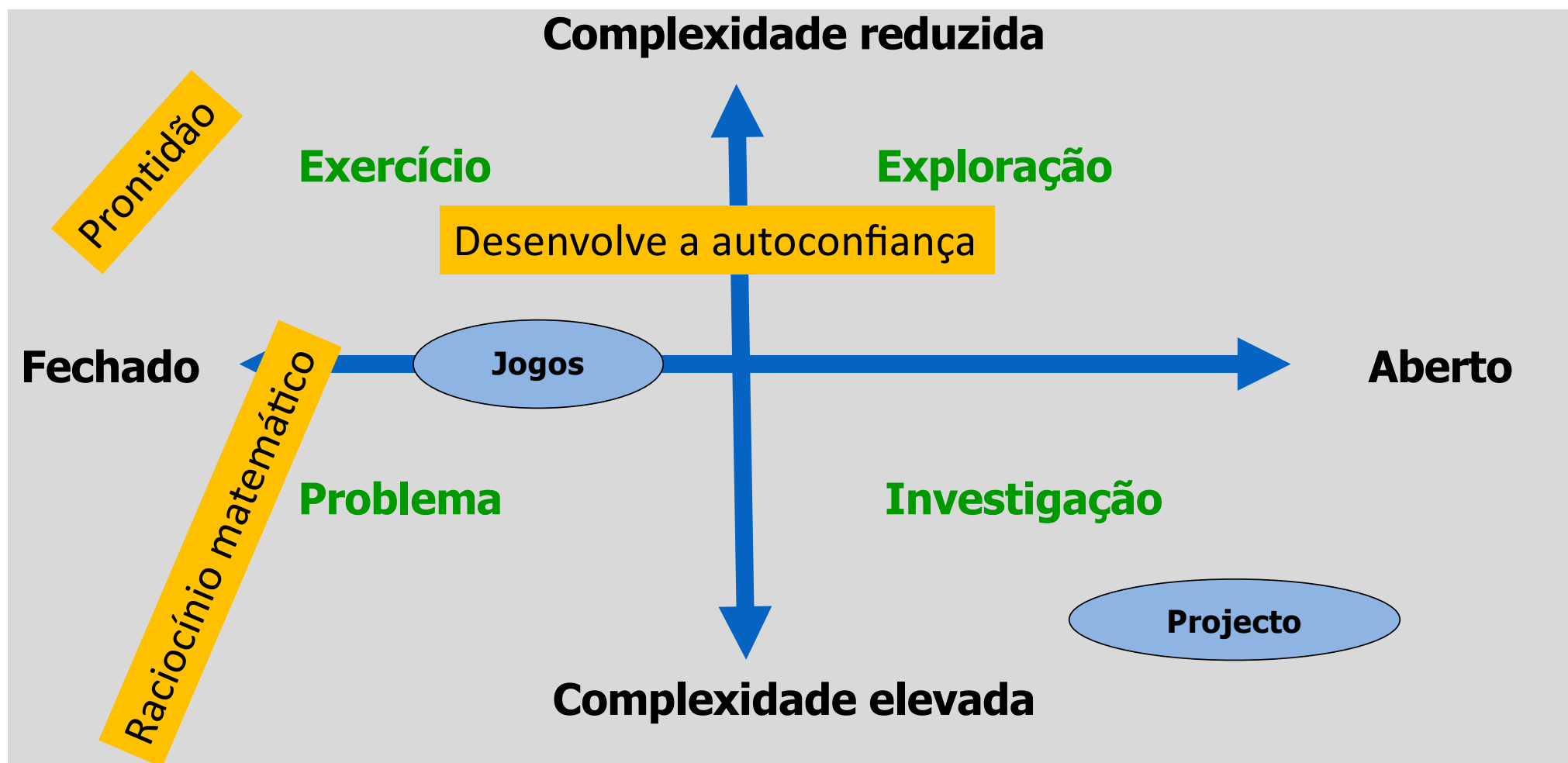
Tarefas matemáticas



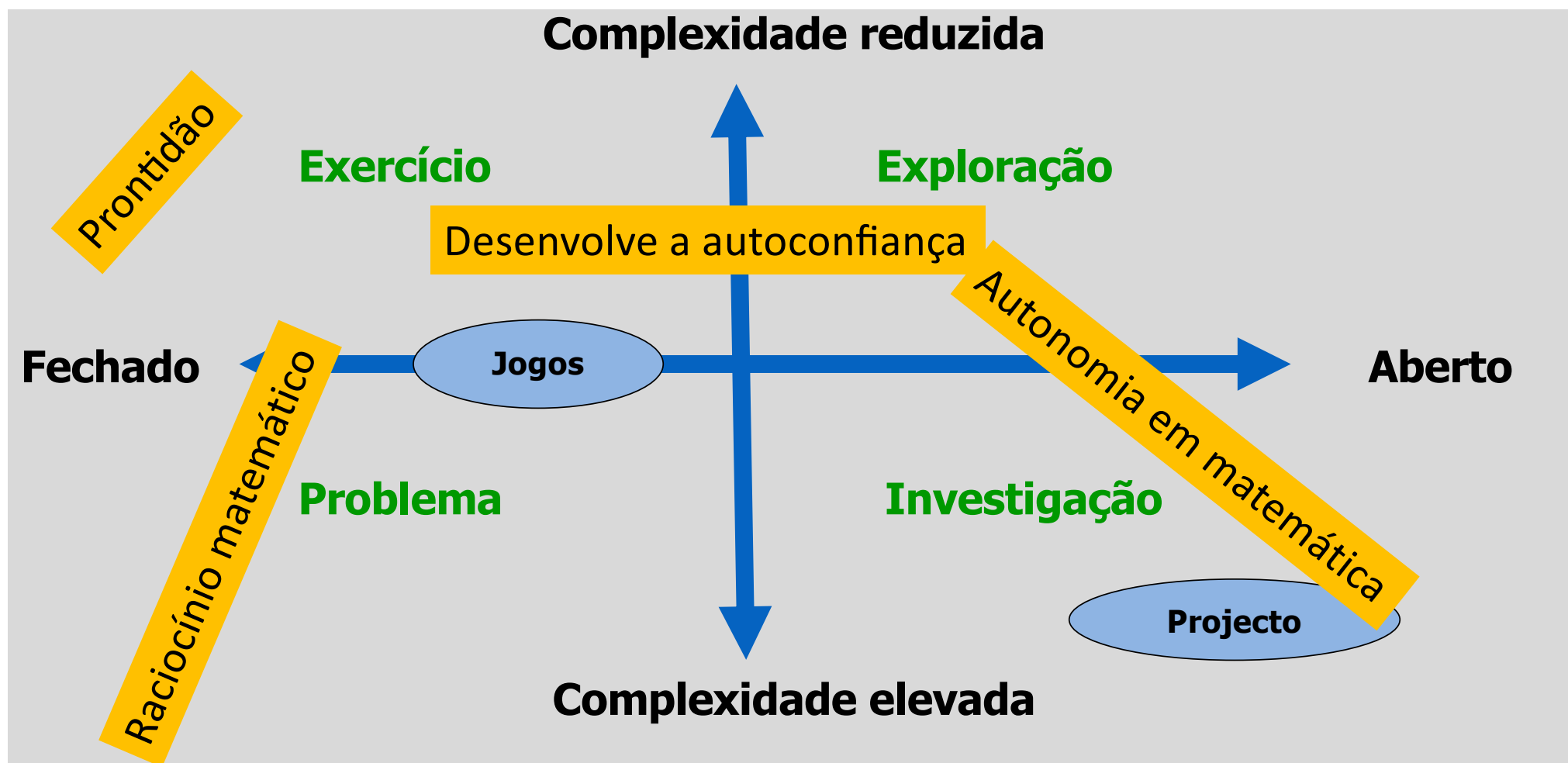
Tarefas matemáticas



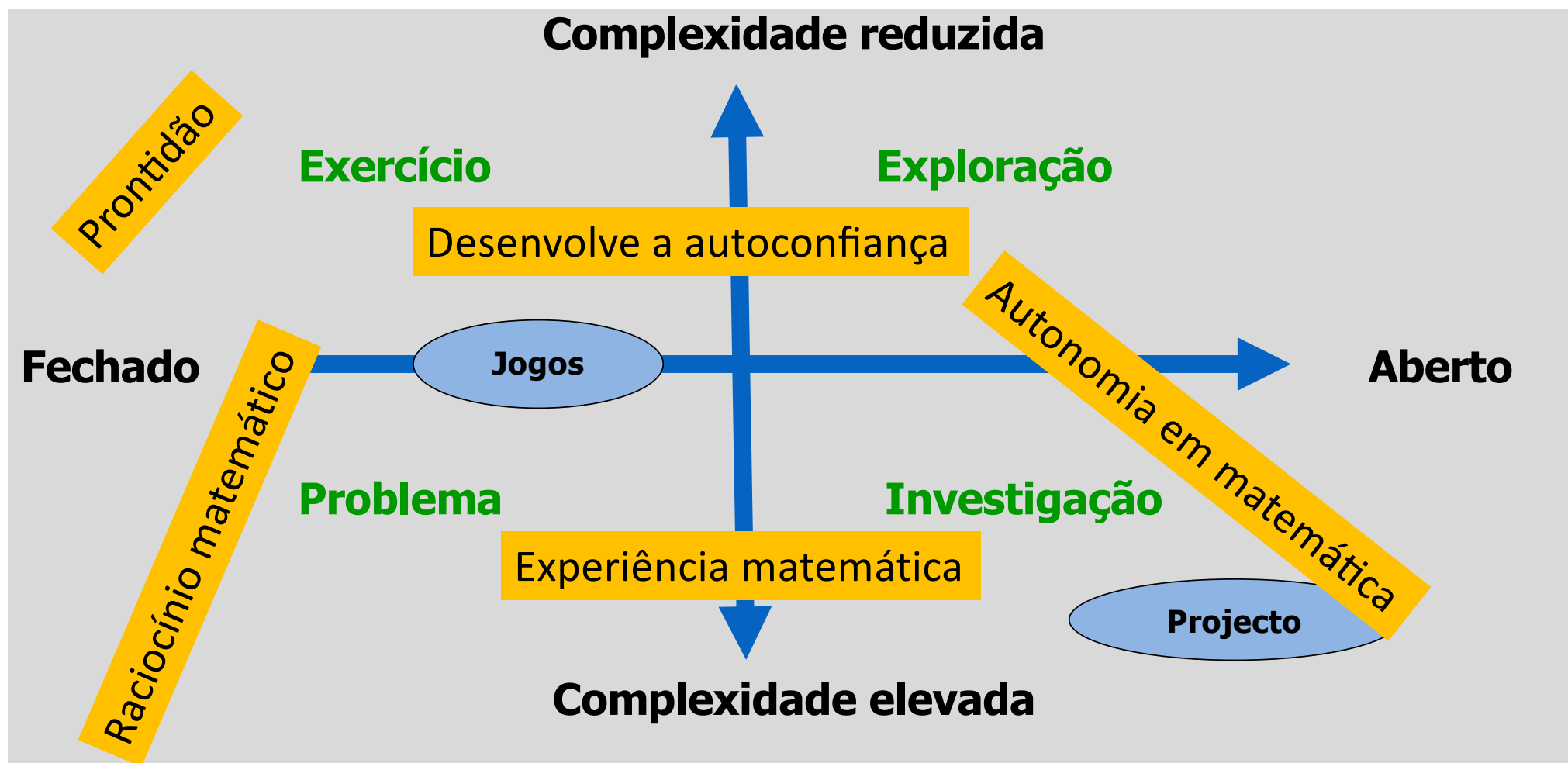
Tarefas matemáticas



Tarefas matemáticas



Tarefas matemáticas



Tarefa 2

Que tipo de tarefa é?

1. Escreve a tabuada dos 9, desde 1 até 12. Observa os algarismos das diversas colunas. Encontras alguma regularidade?

2. Vê se encontras regularidades nas tabuadas de outros números.

Qual o mais pequeno número inteiro que, dividido por 5, 6 e 7 dá sempre resto 3?

Calcula:

a) $128 - 35$

b) $654 - 592$

Tarefa 2

Que tipo de tarefa é?

1. Escreve a tabuada dos 9, desde 1 até 12. Observa os algarismos das diversas colunas. Encontras alguma regularidade?

Investigação

Qual o mais pequeno número inteiro que, dividido por 5, 6 e 7 dá sempre resto 3?

Problema

2. Vê se encontras regularidades nas tabuadas de outros números.

Calcula:
a) $128 - 35$
b) $654 - 592$

Exercício

Tarefa 3 Será um problema?

Qual o mais pequeno número inteiro que, dividido por 5, 6 e 7 dá sempre resto 3?
Expliquem o vosso raciocínio de forma cuidada.

Decomposição em fatores primos

5 e 7 são primos então a sua decomposição é 5 e 7 respectivamente

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\text{m.m.c}(5,6,7) = 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 = 210$$

$$\text{m.m.c}(5,6,7) + 3 = 213$$

$$213 = 5 \cdot 42 + 3$$

$$213 = 6 \cdot 35 + 3$$

$$213 = 7 \cdot 30 + 3$$

Note-se que:

Por exemplo, consideremos o 5.

Qualquer múltiplo de 5 dividido por 5 dá resto zero.

Por exemplo, 35 é múltiplo de 5, então $35:5$ dá 7 e resto 0.

$$35 + 3 = 38$$

Então $38:5$ também dá 5 mas resto 3

Como 5, 6 e 7 são primos entre si. Ou seja, têm como único divisor comum o 1.

Nesse caso, o mínimo múltiplo comum entre eles vai ser exatamente o produto dos três.

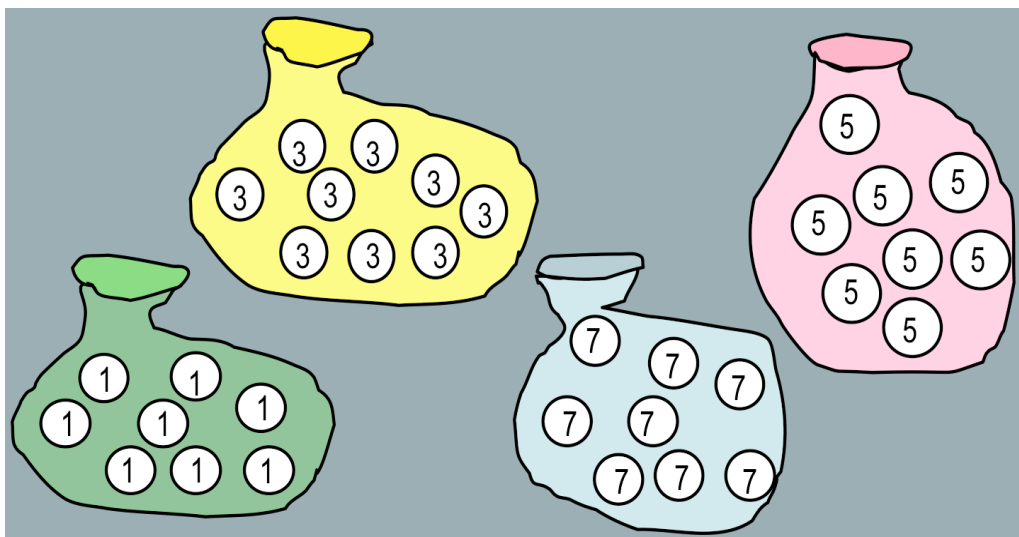
Considerando os múltiplos de cada um

Tarefa 3a E este, será um problema?

Em cada saco há uma grande quantidade de berlindes numerados.

Como tirar 10 berlindes de modo a que a soma dos números seja 37?

Expliquem todo o vosso raciocínio e os diferentes passos efetuados.



Nota:
Já resolveram, lembram-se do resultado?



Tarefa 4 — ¿Problemas?

Considerando as tarefas que se seguem procure antecipar resoluções dos alunos.

➤ Resolva e antecipe diferentes resoluções dos alunos

A.

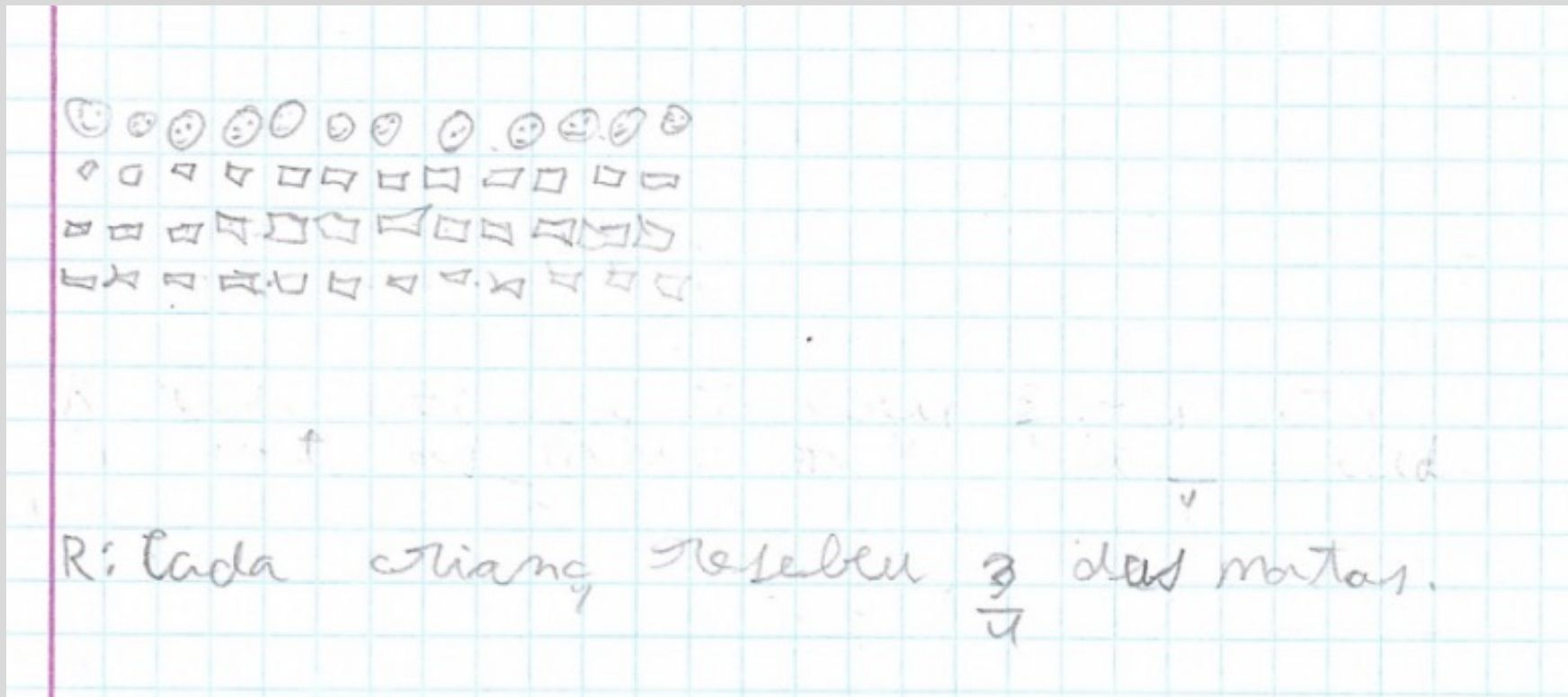
A Bárbara e os pastéis

Na terça-feira, a mãe da Bárbara deu-lhe 9 pastéis de nata. A Bárbara, como não conseguia comer tudo sozinha, decidiu partilhar, de igual forma, com os seus colegas.

Eram, no total, 12 crianças.

Que quantidade de pastel comeu cada criança?

➤ Resolução A1



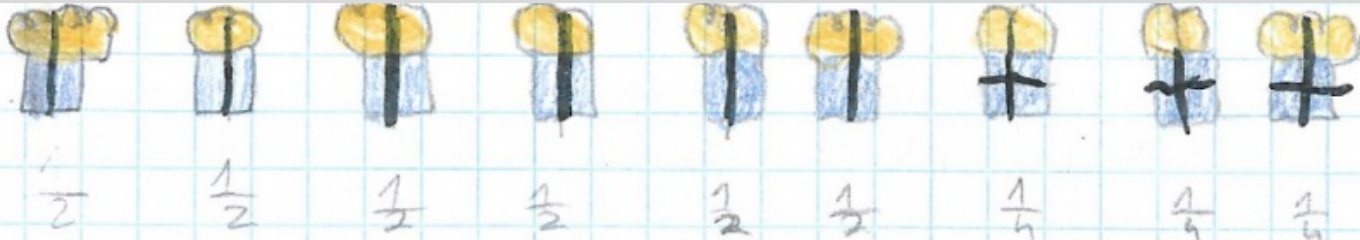
➤ Resolução A2

The image shows a series of hand-drawn diagrams on grid paper illustrating the simplification of the fraction $\frac{9}{12}$ to $\frac{3}{4}$. The diagrams consist of two rows of rectangles, each divided into 12 equal vertical sections. In the first row, the first three sections are shaded. In the second row, the first three sections are shaded. The equation $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ is written below the diagrams. The text below the equation explains the process: 'Eu peguei as nove partes e dividi por 12 a Bárbara, comeu 1 parte de cada por isso é $\frac{9}{12}$ mas para simplificar ficou $\frac{3}{4}$ '.

$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Eu peguei as nove partes e dividi por 12 a Bárbara, comeu 1 parte de cada por isso é $\frac{9}{12}$ mas para simplificar ficou $\frac{3}{4}$.

➤ Resolução A3



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

R: Cada menino come $\frac{1}{2}$ pastel e mais $\frac{1}{4}$.

$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Porque foi a primeira coisa que me veio a cabeça e acho que é mais fácil fazer com desenhos. Eu não dividi tudo a meio porque não dava. Então dividi 6 a meio e 3 em quatro.

➤ Resolução A4

o 9 pastéis de nata




o 12 crianças.



Res: Eu fiz assim porque eu tinha feito outros trabalhos assim e é mais fácil, e eu parti 6 pastéis em $\frac{1}{2}$ e sobrou 3 e eu dividi em $\frac{1}{4}$.

➤ Resolução A5



$\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ = $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$

Cada ornamto vai com $\frac{1}{12}$.

R.: Dividi em 12 porque são 12 ornamtos e 9 fasteis.

➤ Resolução A6

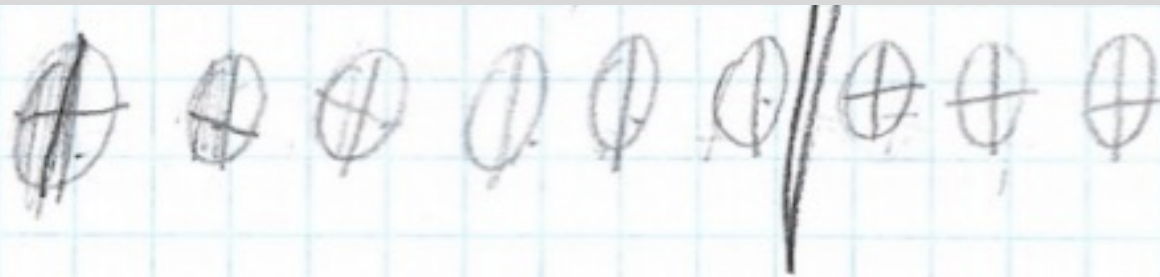


~~Parti 6 pastéis a meia e 3 $\frac{1}{4}$ pastéis e um quarto.~~
Cada menino, comeu $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$.

$$\frac{9}{1/2} = \frac{3}{1/4}$$

➤ Resolução A7

9 pastéis



12 crianças

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\downarrow$$
$$\frac{2}{4}$$

R: Dividi os pastéis a meio e depois somei.

➤ Resolva e antecipe diferentes resoluções dos alunos

B. A Mariana e as pizzas

A Mariana organizou um jantar com uns amigos. Para o jantar encomendou 9 pizzas: 4 pizzas de vegetais e 5 pizzas de chouriço. A Mariana partiu as pizzas de forma a distribuir igualmente, por todos, a pizza de vegetais e a pizza de chouriço. Eram no total 20 pessoas.

Que quantidade de pizza de vegetais deu a Mariana a cada um? E pizza de chouriço? Os convidados comeram a mesma quantidade das duas pizzas?

➤ Resolução B1



➤ Resolução B2

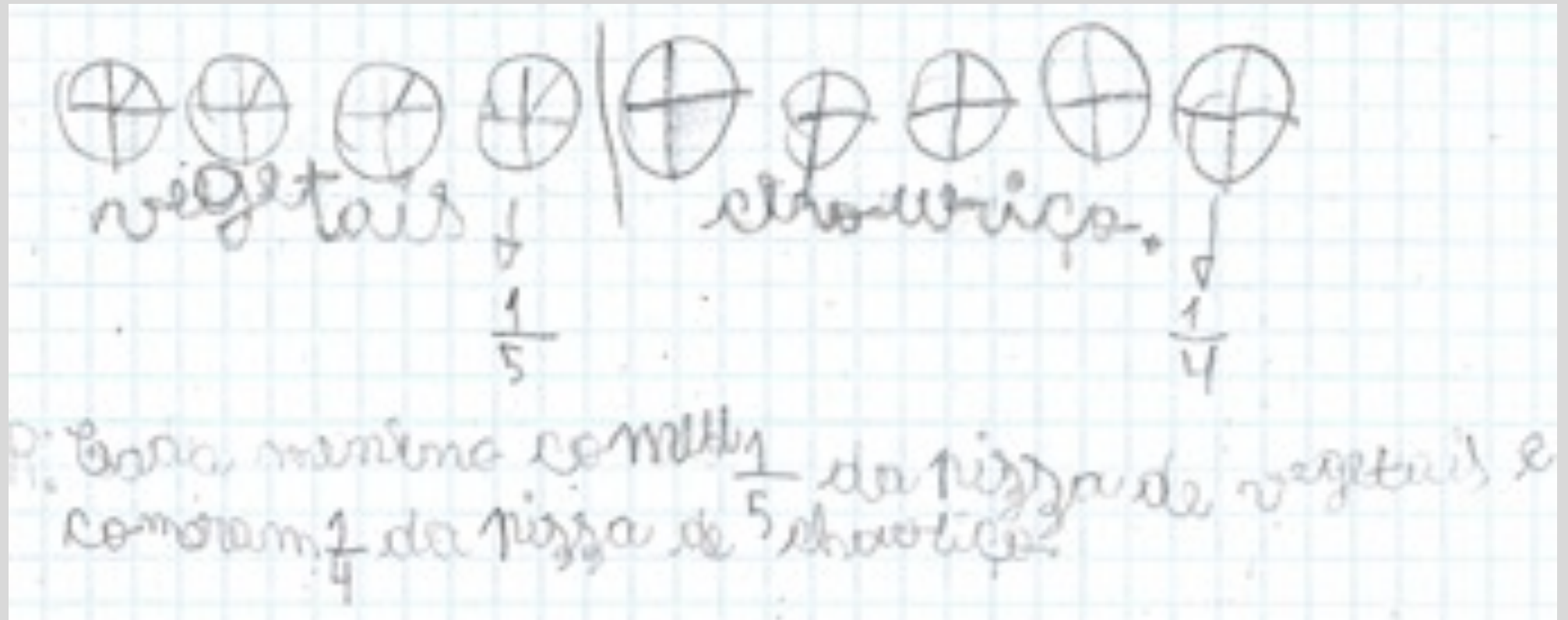


vegetais ↓
 $\frac{1}{5}$

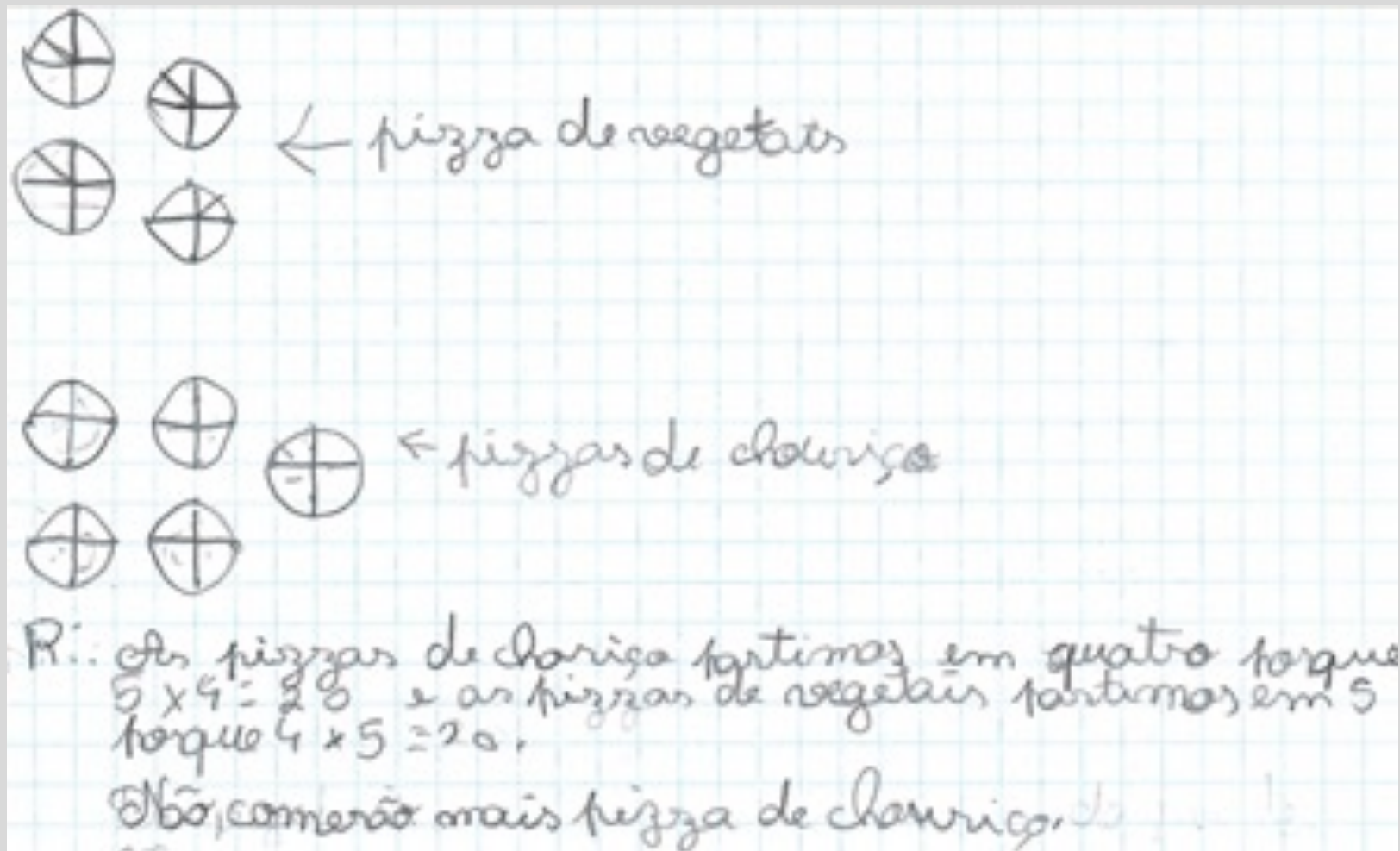
chouros ↓
 $\frac{1}{5}$

R: Cada menino comeu $\frac{1}{5}$ da pizza de vegetais e consumiram $\frac{1}{4}$ da pizza de 5 chourros.

➤ Resolução B3



➤ Resolução B4

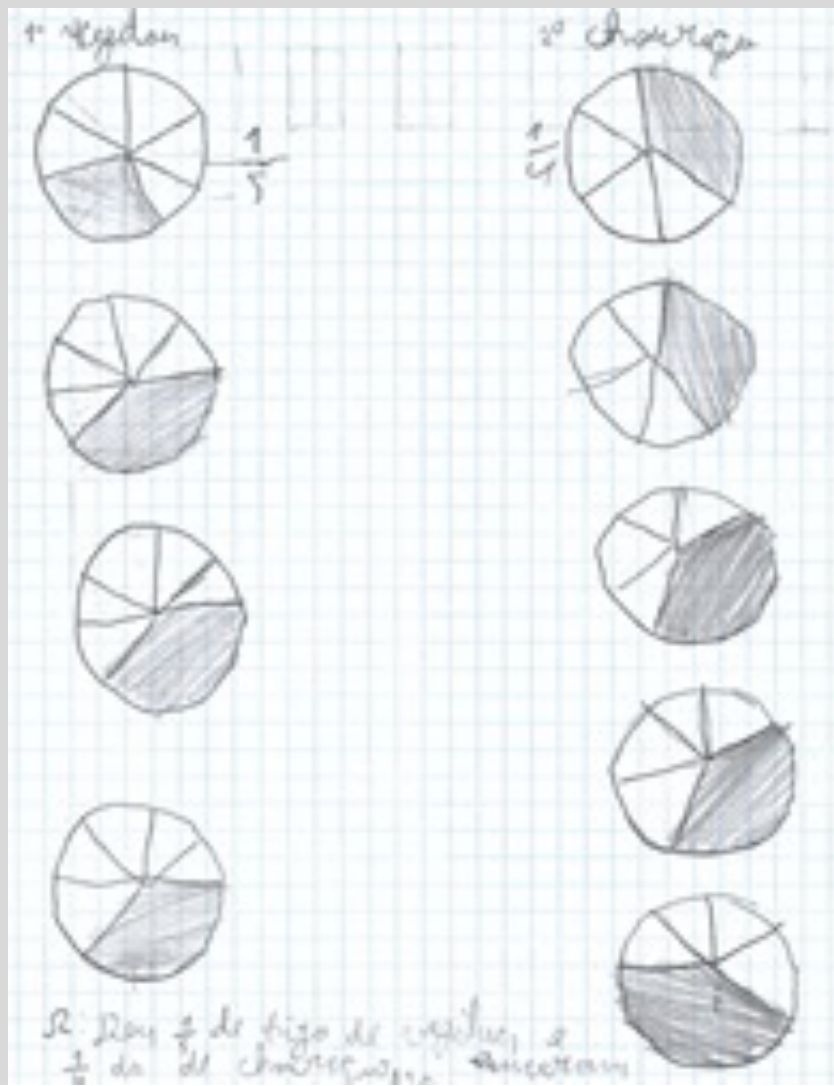


← pizza de vegetais

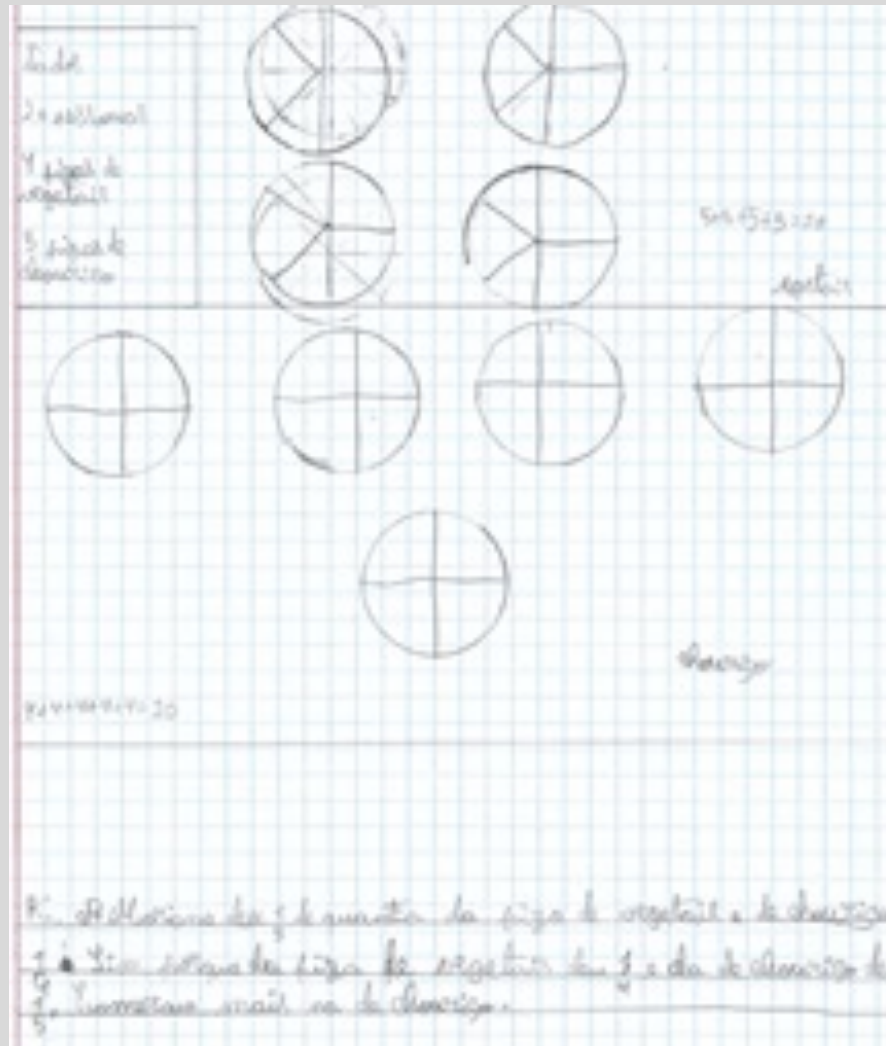
← pizzas de chouriço

R.: As pizzas de chouriço partimos em quatro torques $5 \times 4 = 20$ e as pizzas de vegetais partimos em 5 torques $4 \times 5 = 20$.
Não, comerão mais pizza de chouriço.

➤ Resolução B5



➤ Resolução B6



➤ Resolução B7

Res: A Maria deu a cada um dos convidados 1 fatia de pizza de melancia e uma fatia de pizza de abacaxi. Os convidados consomem a mesma quantidade dos dois tipos de pizzas.

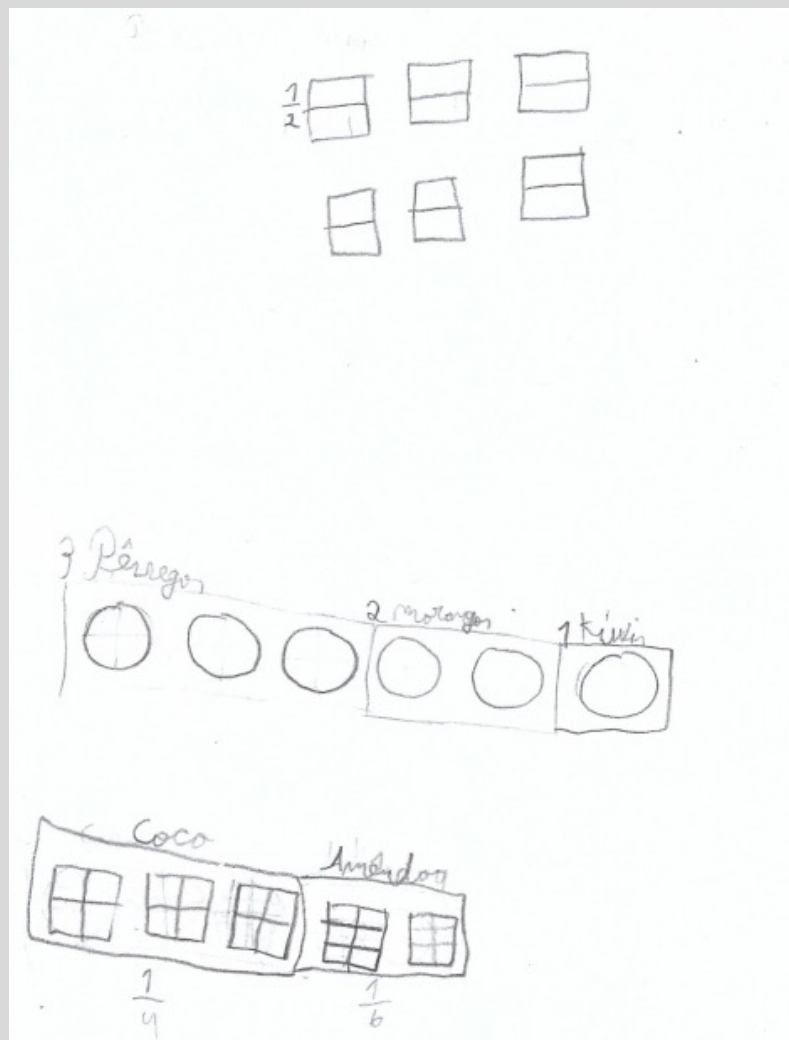
➤ Resolva e antecipe diferentes resoluções dos alunos

C. **As tartes do Rodrigo**

O Rodrigo convidou 11 amigos para um convívio em sua casa. Para lancharem no convívio ele cozinhou 6 tartes de fruta. E, para a tarte de fruta, o Rodrigo comprou 6 peças de fruta. Dessas frutas: $\frac{1}{2}$ eram pêssegos, $\frac{1}{3}$ eram morangos e $\frac{1}{6}$ eram kiwis. Quando terminou de cozinhar as tartes de fruta, o Rodrigo achou que era pouca comida. Então, comprou mais 2 tartes de amêndoa e 3 tartes de coco.

O Rodrigo queria que todos comessem a mesma quantidade de cada tipo de tarte. Quantos morangos e quantos pêssegos comprou o Rodrigo?
Qual a porção de tarte de frutas, tarte de amêndoa e tarte de coco que comeu cada um?

➤ Resolução C1



➤ Resolução C2

dados

11 amigos
6 tortas
5 peças - fruta
1/2 - pêssego
1 - morango
1/3
1 - kiwis
6

3 - pêssego
2 - morango
1 - kiwis

3 - de coco
2 - de amêndoa

amêndoa

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} \div 2 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \div 3 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} \div 6 = \frac{1}{2}$$

fruta

Coco

amêndoa

R 1) O Rodrigo comprou 3 pêssegos, 1 dois morangos e 1 kiwi.

R 2) Comeri cada um 1 de torta de fruta, 1/4 de coco e 1/6 de amêndoa

➤ Resolução C3

$\frac{1}{4} = 12$
 $\frac{1}{2} = \text{frescos}$
 $\frac{1}{3} = \text{moirados}$
 $\frac{1}{6} = \text{brancos}$
 $2 = \text{tostas de amêndoas}$
 $3 = \text{tosta de café}$

$\text{brancos} = 1$
 $\text{frescos} = 3$
 $\text{moirados} = 2$

O Rodrigo controla 1 branco, 3 frescos e 2 moirados

$\frac{1}{3} + 2 = \frac{6}{3} = 2$
$\frac{1}{2} \times 6 = 3$

$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ Cada um vai receber meia tosta

The diagrams show various coffee beans:











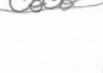



- Two beans with a grid pattern (one shaded purple).
- One bean with a grid pattern (shaded purple) and one plain white bean.
- Two plain white beans.
- One plain white bean.
- Two beans with horizontal lines.
- Three beans with vertical lines.
- Two beans with diagonal lines.

➤ Resolução C4

dois
6 peças de
fruta $\frac{1}{2}$
maçã $\frac{1}{2}$
melancia
 $\frac{1}{6}$ kiwi

1-
3 pedaços
2 melancias
1 kiwi

AMENDOAS
Tartas
de
fruta

	$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$








Color

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} : 2 = \frac{1}{6}$$

$$1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \cdot 3 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} : 6 = \frac{1}{2}$$

pedaços

melancia

kiwi

➤ Resolução C5

3 - pessegos 2 - morangos 1 - kiwi

$\frac{1}{3} \times 6 = \frac{6}{3} = 2$ - morangos 12 pessoas

$\frac{1}{2} \times 6 = \frac{6}{2} = 3$ pessegos tartes fruto
 receberam $\frac{1}{2}$ ① ① ① ① ① ①

$\frac{1}{6} \times 6 = \frac{6}{6} = 1$ kiwi tarte de amêndoas
 receberam $\frac{1}{6}$ ① ①

receberam $\frac{1}{4}$ ① ① ①

Comprei 2 morangos, 1 kiwi e 3 pessegos
 cada um um recebeu $\frac{1}{2}$ da tarte de fruto $\frac{1}{6}$ da
 tarte de amêndoas e $\frac{1}{4}$ da tarte de coco.

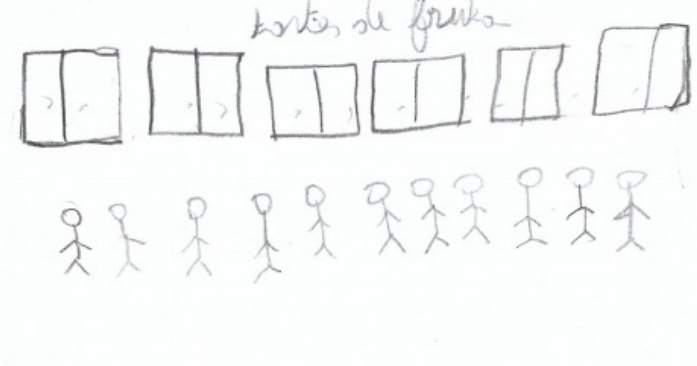
➤ Resolução C6

12 amigos
6 tortas de frutas
6 pedaços de frutas

0 0 0 0 0 0

$\frac{1}{2}$ eram pêra
 $\frac{1}{3}$ eram morango = 2
 $\frac{1}{8}$ eram kiwi = 1
2 tortas de amêndoa
3 tortas de coco

1.º R: O Pedro recebeu 2 morangos, 1 kiwi e 3 pêras!!!



➤ Resolução C7

O Rodrigo comprou 6 frutas: 1 kiwis, 3 persegos, 2 morangos e deu 2 a cada um.

11 convidadas

6 peças de fruta

Douros Frutas com $\frac{1}{2}$ persegos

$\frac{1}{3}$ nam de morangos

4 nam de kiwis

comprou mais 2 bolos de amendoas e 3 bolos de coco

6/12 = 1/2 Cada um vai receber meia torta

$\frac{1}{3} + 2 = \frac{6}{3} = 2$

1/2 x 6 = 3 persegos

De Amendoas $\frac{1}{6} + 6 = \frac{6}{30}$

de coco $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

bolos de Fruta

De Amendoas

de coco

dois

➤ Resolução C8

Kiwi (1 circle) | Morango (2 circles) | Pessego (3 circles)

João 3 Pessego, porque $\frac{1}{2}$ de 6 equivale a 3. João 2 morango porque $\frac{1}{3}$ de 6 equivale a 2. E 1 Kiwi porque $\frac{1}{6}$ de 6 equivale a 1 Kiwi.

Tartes de fruta Tartes de coco Tartes de amêndo

1. $\frac{1}{2}$ 1. $\frac{1}{3}$ 1. $\frac{1}{3}$

P. O Rodrigo comprou 1 Kiwi, 2 morango e 3 Pessego.

➤ Resolvam alguns problemas

D.

O sumo e o leite

O João misturou meio litro de sumo de fruta com $\frac{3}{4}$ de litro de leite. Qual a quantidade de batido obtido?

E.

O João gastou leite?

O João comprou litro e meio de leite. Preparou um bolo e gastou $\frac{3}{4}$. Quanto leite sobrou?

F.

O atraso do João

O João chegou $\frac{3}{4}$ de hora atrasado para um jogo e o seu amigo Pedro $\frac{1}{2}$ hora. Quanto tempo é que o Pedro esperou pelo João?