



INSTITUTO SUPERIOR DE CIÊNCIAS DA
EDUCAÇÃO DE BENGUELA

Benguela, Angola



Metodologia do Ensino da Geometria e Medida

Maria Helena Martinho (UMinho)
Augusta Domingas (ISCED)

CURSO DE MESTRADO EM METODOLOGIA DO ENSINO PRIMÁRIO
(Decreto Executivo n.º 93/20, de 28 de Fevereiro)

Geometria e sentido espacial

A observação do mundo que nos rodeia leva-nos à descoberta de padrões, formas e movimentos o que permite o desenvolvimento da capacidade espacial. As crianças são naturalmente curiosas e atentas, cabendo ao professor aproveitar as suas apetências naturais desafiando-as e proporcionando situações diversificadas e desafiantes.

Geometria e sentido espacial

As crianças precisam de ser encorajadas a descrever o que veem, explicar os seus raciocínios e justificar as suas opções. Os materiais manipuláveis utilizados pelas próprias crianças ajudam-nas a raciocinar e a explicar a forma como pensaram. Apesar da observação ser natural no ser humano, nem sempre as conclusões que se tiram a partir da observação são válidas, daí a importância da escolha de tarefas apropriadas e diversificadas, em que os alunos tenham oportunidade de conjecturar e validar ou refutar as suas conjecturas.

Geometria e sentido espacial

As crianças precisam de explorar os conceitos geométricos informalmente e recorrendo muito à intuição. A manipulação de objetos permite a descoberta de propriedades. A construção de objetos que representem figuras de duas e três dimensões ajuda a identificar as características específicas e as relações entre diferentes figuras.

Temas abordados

- Visualização e orientação espacial
- Figuras geométricas planas e suas propriedades
- O plano e o espaço

Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

A visualização corresponde ao conjunto de capacidades necessárias para observar, interpretar, analisar e comunicar informação visual sobre objetos.

A visualização requer a capacidade de construção de uma imagem mental do objeto segundo diferentes perspectivas.

Segundo Ruiz e Lupiáñez (2016) algumas capacidades fundamentais para o desenvolvimento da visualização espacial são:

- i) identificação visual;
- ii) extensão visual;
- iii) discriminação visual;
- iv) percepção das relações espaciais.

Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

i) Identificação visual

Capacidade de reconhecer figuras geométricas em diferentes situações

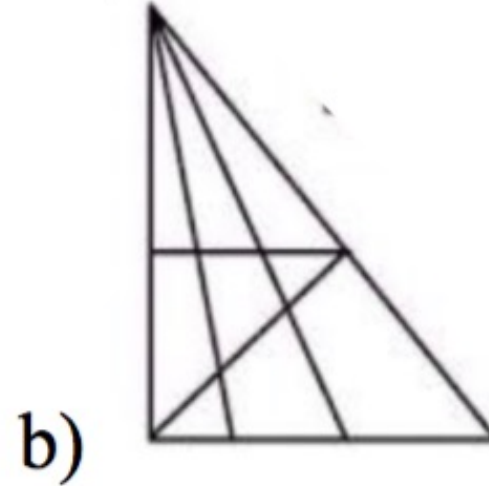
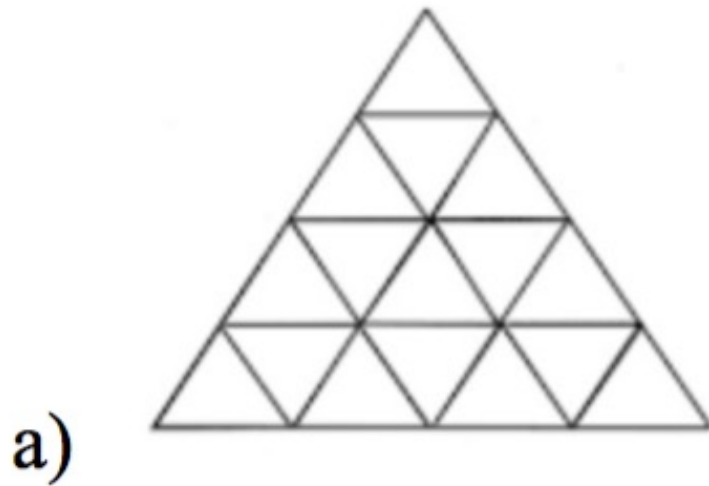
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.1. Contagem e procura de figuras

A. Quantos triângulos tem a imagem?



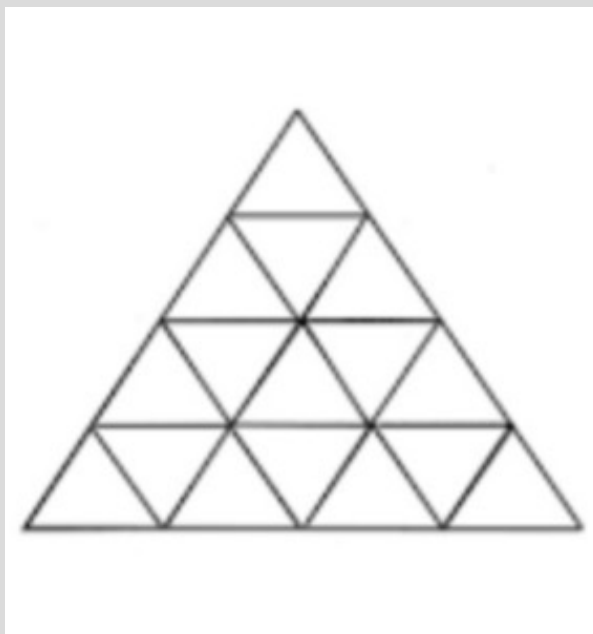
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.1. Contagem e procura de figuras

Resolução da alínea a):



1 triângulo - total



16 triângulos pequenos



7 triângulos médios



3 triângulos maiores

$$16 + 7 + 3 + 1 = 27 \text{ triângulos no total}$$

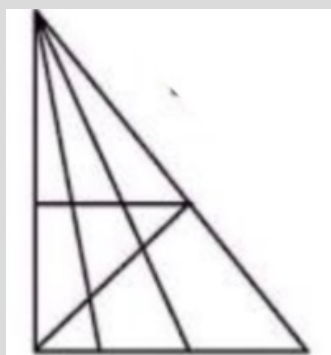
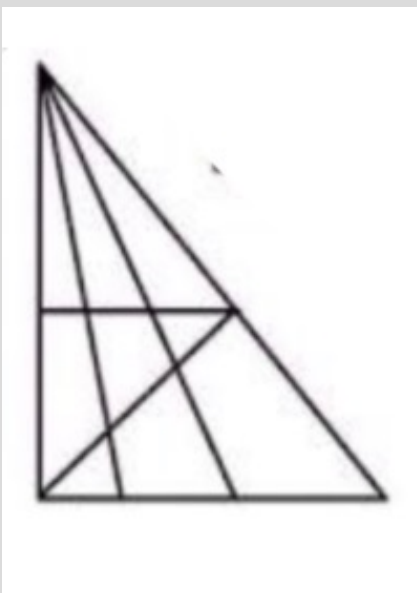
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

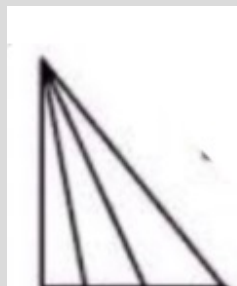
Identificação visual

Tarefa 1.1. Contagem e procura de figuras

Resolução da alínea b):



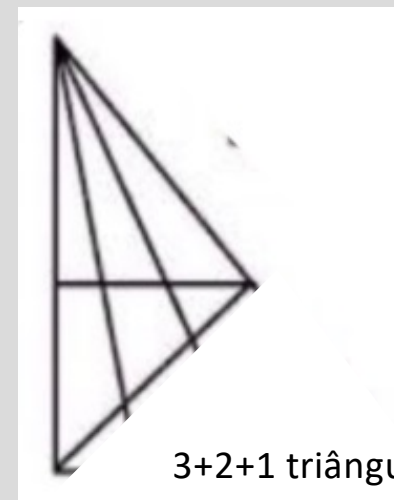
1 triângulo - total



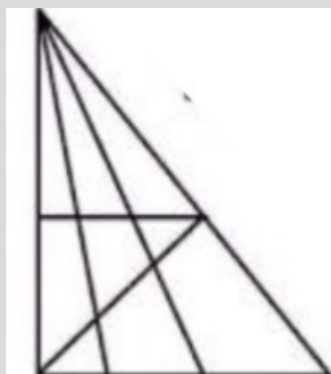
3+2+1 triângulos



3+3 triângulos



3+2+1 triângulos



3+2 triângulos

6+6+6+6=24 triângulos

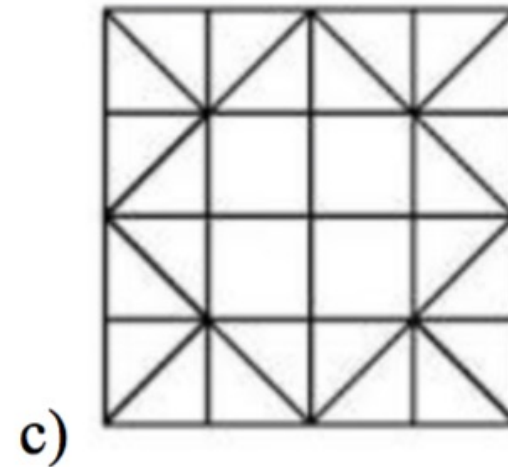
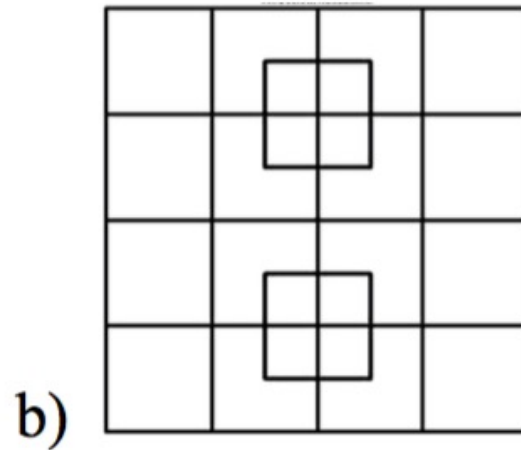
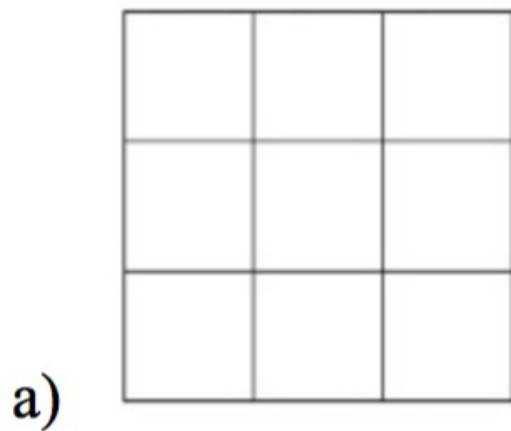
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.1. Contagem e procura de figuras

B. Quantos quadrados tem a figura?



Geometria e sentido espacial

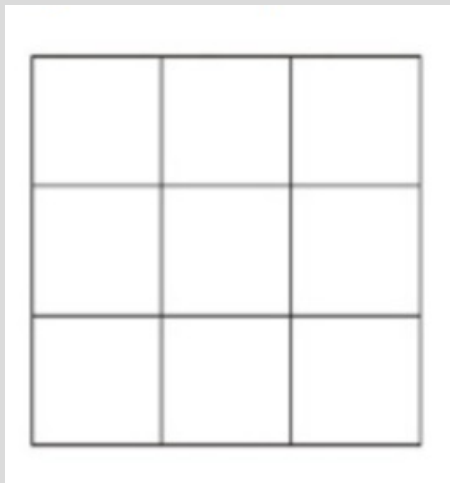
Visualização e orientação espacial

Identificação visual

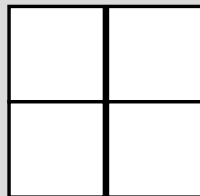
Tarefa 1.1. Contagem e procura de figuras

B. Quantos quadrados tem a figura?

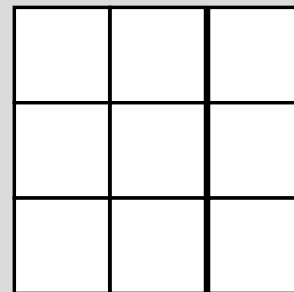
a)



9 quadrados (1x1)



4 quadrados (2x2)



1 quadrado (3x3)

Geometria e sentido espacial

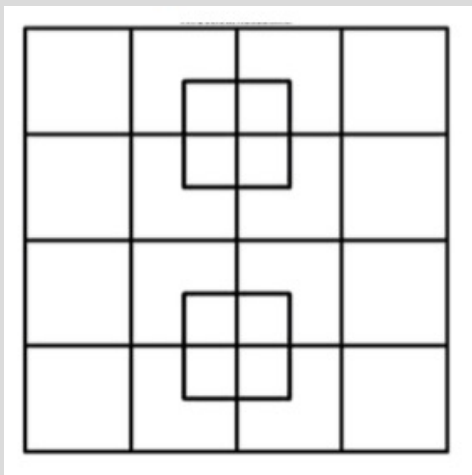
Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.1. Contagem e procura de figuras

B. Quantos quadrados tem a figura?

b)



16 quadrados (1x1)

9 quadrados (2x2)

4 quadrados (3x3)

1 quadrado (4x4)

2 quadrados (1x1)
que cruzam os
restantes

8 quadrados
pequenos

Geometria e sentido espacial

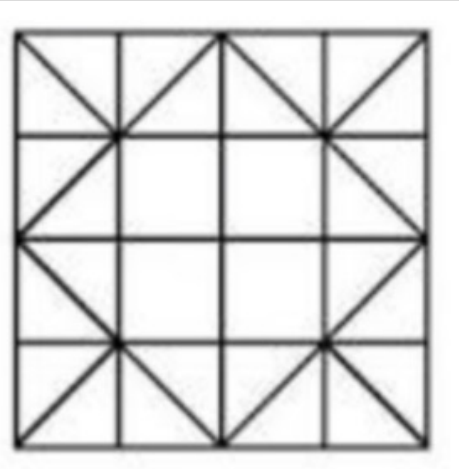
Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.1. Contagem e procura de figuras

B. Quantos quadrados tem a figura?

c)



16 quadrados (1x1)

9 quadrados (2x2)

4 quadrados (3x3)

1 quadrado (4x4)

1 quadrado que
cruza os restantes

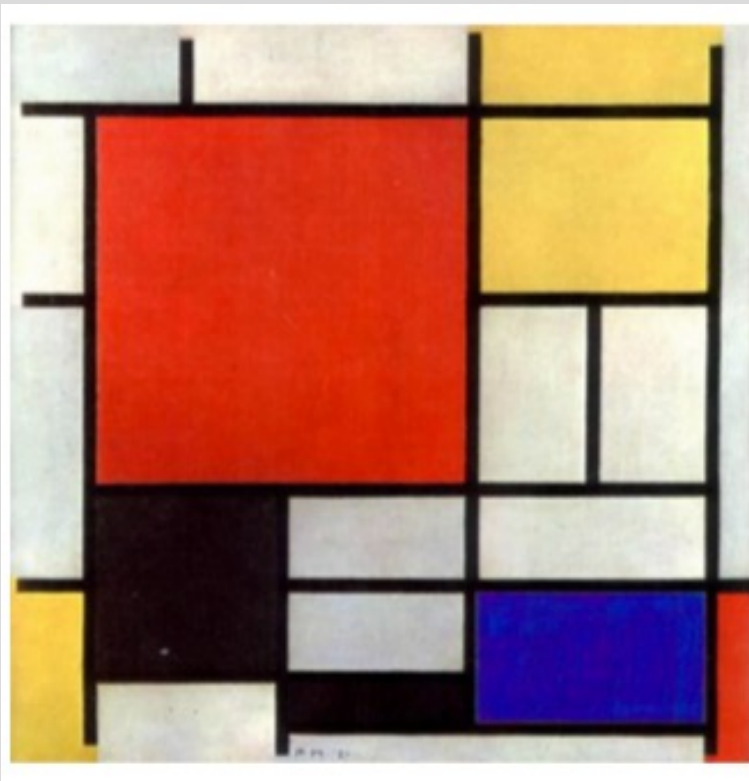
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.2. À procura de polígonos

Que figuras geométricas se encontram na imagem?



Composição com vermelho, amarelo e azul
Piet Mondrian, 1935-1942

quadrados
e
retângulos

Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.2. À procura de polígonos

Que figuras geométricas se encontram na imagem?



A gare
Tarsila do Amaral, 1924

Quadrados,
Retângulos
Trapézios,
Triângulos,

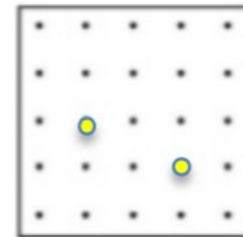
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.3. Construção de quadrados e triângulos no geoplano

- Quantos quadrados distintos é possível construir no geoplano?
- É possível construir um quadrado que passe pelos pontos assinalados? E se esses pontos forem vértices do quadrado?
- Quantos triângulos distintos é possível construir no geoplano?
- É possível construir um triângulo equilátero? Porquê?



Geometria e sentido espacial

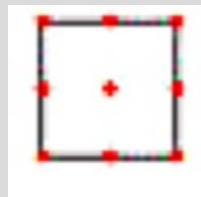
Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.3. Construção de quadrados e triângulos no geoplano

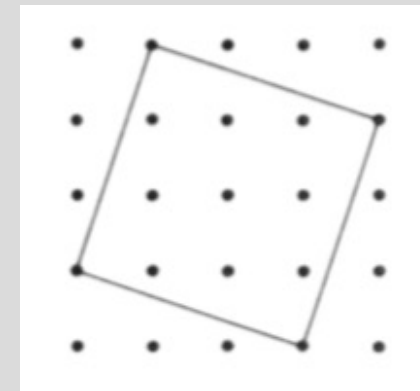
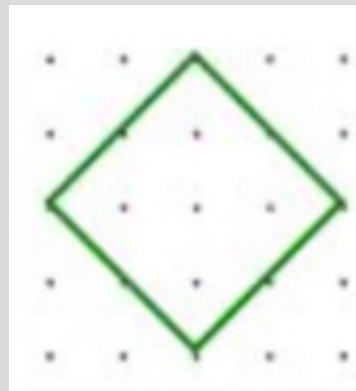
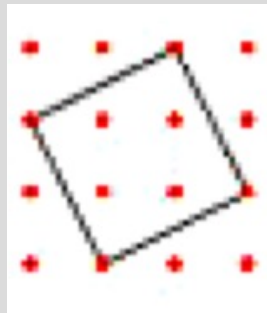
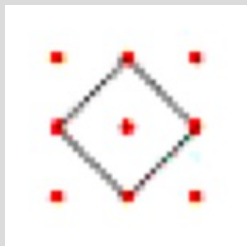
a) Quantos quadrados distintos é possível construir no geoplano?

Quadrados 1x1, 2x2, 3x3, 4x4



Quadrado 2x2

Outros quadrados possíveis:



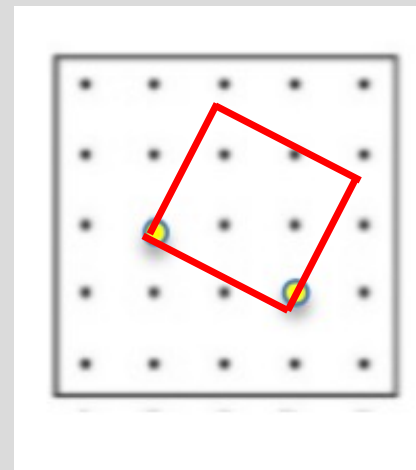
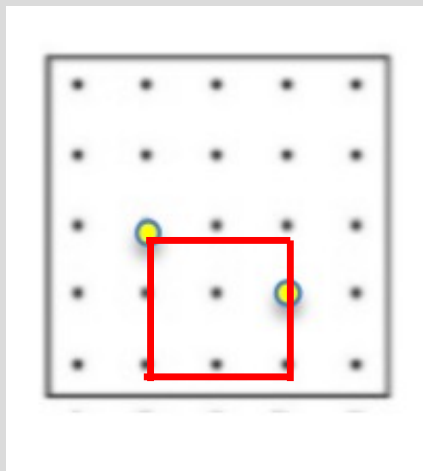
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.3. Construção de quadrados e triângulos no geoplano

- b) É possível construir um quadrado que passe pelos pontos assinalados? E se esses pontos forem vértices do quadrado?



Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.3. Construção de quadrados e triângulos no geoplano

- c) Quantos triângulos distintos é possível construir no geoplano?

Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Identificação visual

Tarefa 1.3. Construção de quadrados e triângulos no geoplano

d) É possível construir um triângulo equilátero? Porquê?

Não é possível

Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

ii) **Extensão visual**

Capacidade de perceber uma figura que não se consegue ver totalmente

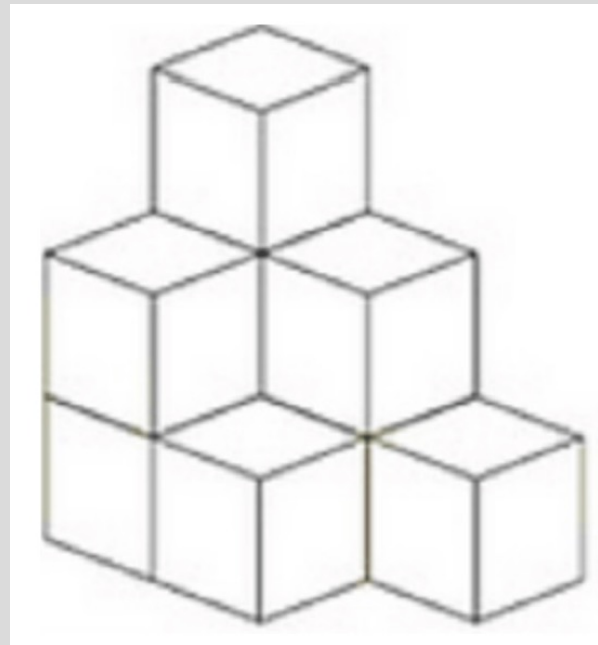
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Extensão visual

Tarefa 1.4. Contagem de cubos

Quantos cubos tem a construção?



Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Extensão visual

Tarefa 1.4. Contagem de cubos

Quantos cubos tem a construção?

Resolução:

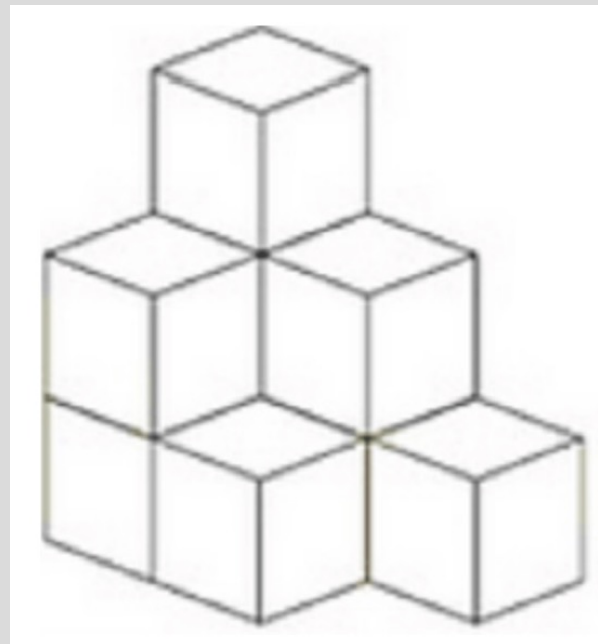
$$3+2+2+1+1=9 \text{ cubos}$$

Ou

$$5+3+1=9 \text{ cubos}$$

Ou

$$6+3=9 \text{ cubos}$$



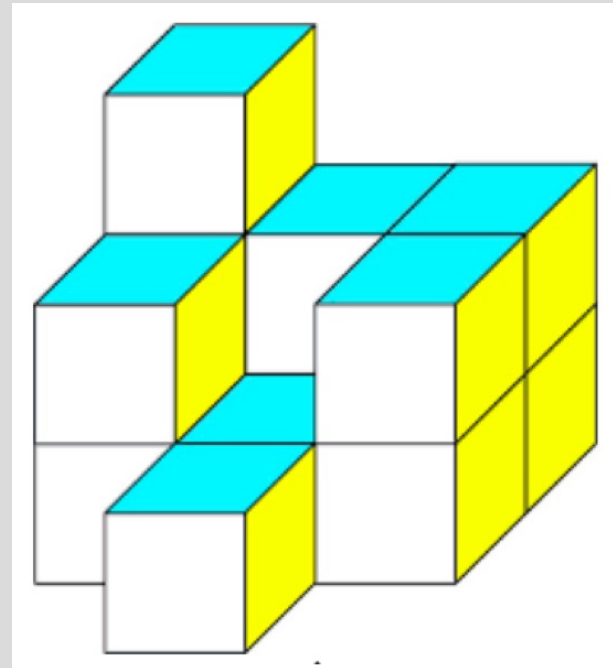
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Extensão visual

Tarefa 1.4. Contagem de cubos

Quantos cubos tem a construção?



Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Extensão visual

Tarefa 1.4. Contagem de cubos

Quantos cubos tem a construção?

Resolução:

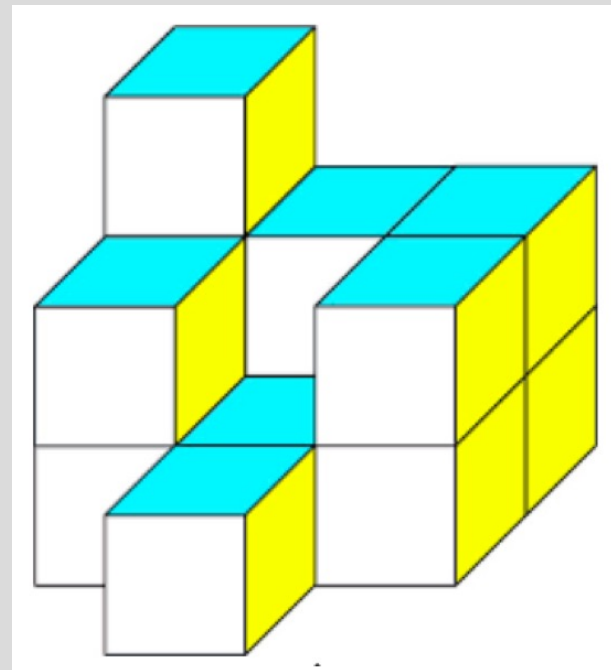
$$5+4+4 = 13 \text{ cubos}$$

Ou

$$3+2+2+1+1+2+2 = 13 \text{ cubos}$$

Ou

$$7+5+1 = 13 \text{ cubos}$$



Geometria e sentido espacial

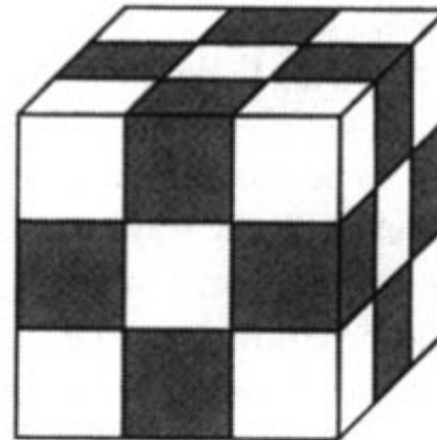
Visualização e orientação espacial

Extensão visual

Tarefa 1.5. Cubo

Considere o cubo da figura composto por um conjunto de cubos mais pequenos. Sabendo que cada cubo está pintado de preto ou de branco e que cubos adjacentes têm cores diferentes, responda às seguintes questões:

- Qual o número de cubos pretos?
- Qual o número de cubos brancos?
- Qual a cor do cubo central?
- Qual o número de cubos com 3 faces exteriores (i.e. sobre as faces do cubo grande)?
- Qual o número de cubos com duas faces exteriores?
- Qual o número de cubos com uma face exterior?
- Qual o número de cubos com zero faces exteriores?



Geometria e sentido espacial

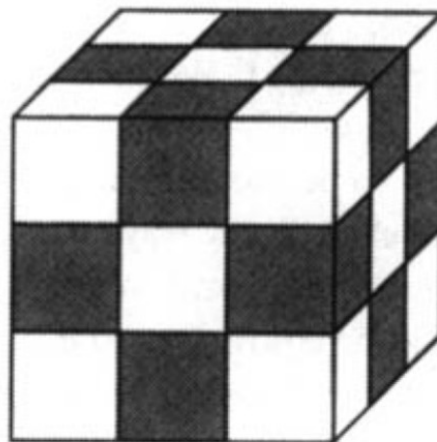
Visualização e orientação espacial

Extensão visual

Tarefa 1.5. Cubo

Considere o cubo da figura composto por um conjunto de cubos mais pequenos. Sabendo que cada cubo está pintado de preto ou de branco e que cubos adjacentes têm cores diferentes, responda às seguintes questões:

- Qual o número de cubos pretos?
- Qual o número de cubos brancos?
- Qual a cor do cubo central?
- Qual o número de cubos com 3 faces exteriores (i.e. sobre as faces do cubo grande)?
- Qual o número de cubos com duas faces exteriores?
- Qual o número de cubos com uma face exterior?
- Qual o número de cubos com zero faces exteriores?



Geometria e sentido espacial

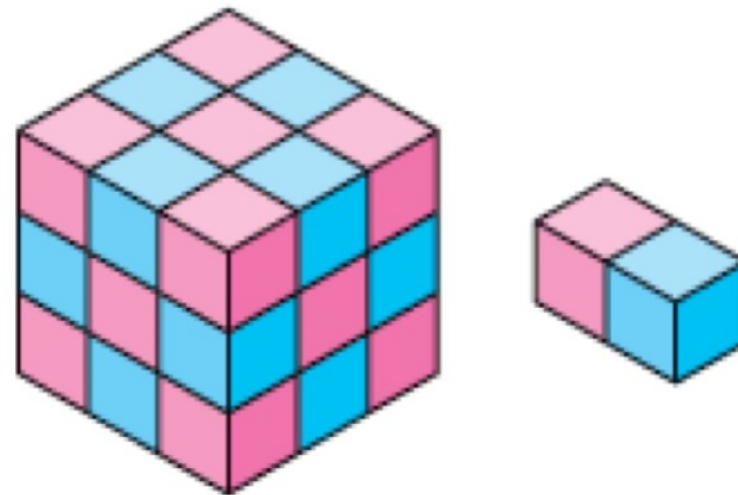
Visualização e orientação espacial

Extensão visual

Tarefa 1.6. Novo cubo

O cubo grande da figura foi construído com 13 pares de cubos colados e mais um cubo. Sabendo que todas as faces são idênticas, responda às seguintes questões:

- Qual a cor que deve ter o cubo utilizado isoladamente?
- Qual será a sua posição no cubo grande?



Geometria e sentido espacial

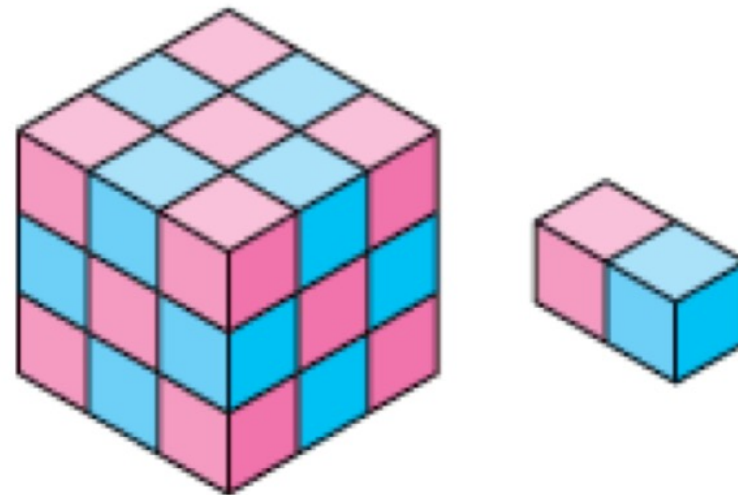
Visualização e orientação espacial

Extensão visual

Tarefa 1.6. Novo cubo

O cubo grande da figura foi construído com 13 pares de cubos colados e mais um cubo. Sabendo que todas as faces são idênticas, responda às seguintes questões:

- Qual a cor que deve ter o cubo utilizado isoladamente?
- Qual será a sua posição no cubo grande?



Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

iii) **Discriminação visual**

Capacidade de comparar e diferenciar vários objetos de acordo com as suas semelhanças e diferenças.

Geometria e sentido espacial

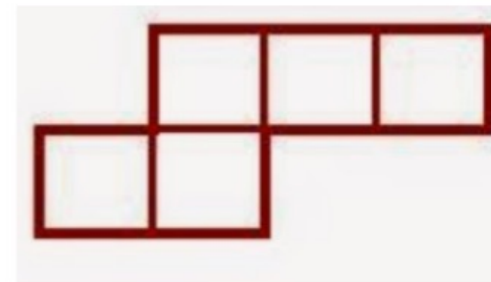
Visualização e orientação espacial

Discriminação visual

Tarefa 1.7. Construção de pentaminós

Um pentaminó é uma figura geométrica composta por cinco quadrados congruentes unidos pelos lados. Por exemplo:

Faça um esboço de todos os pentaminós que é possível obter.

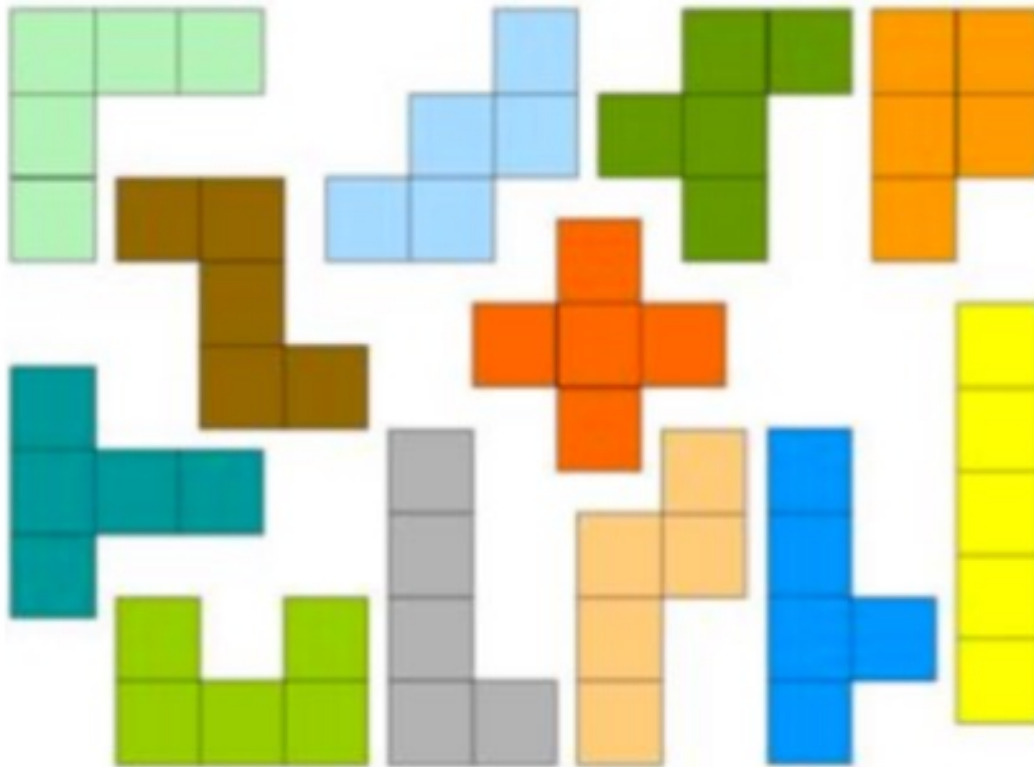


Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Discriminação visual

Tarefa 1.7. Construção de pentaminós



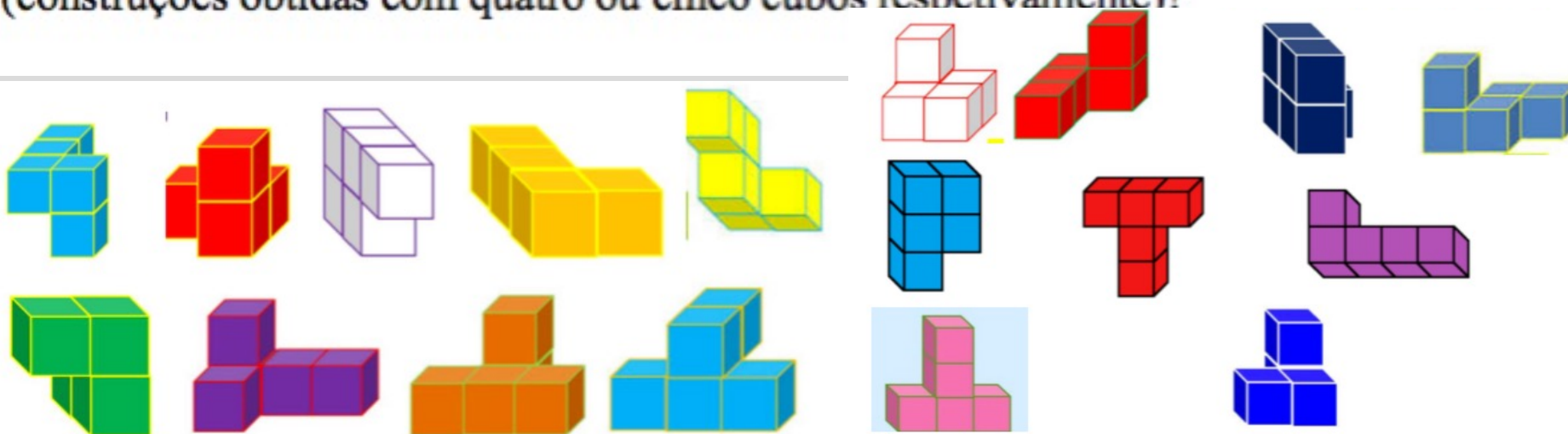
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Discriminação visual

Tarefa 1.8. Comparação de construções

Considerando as figuras que se seguem, todas construídas com cubos geometricamente iguais, quais as que representam o mesmo tetracubo ou pentacubo (construções obtidas com quatro ou cinco cubos respectivamente)?

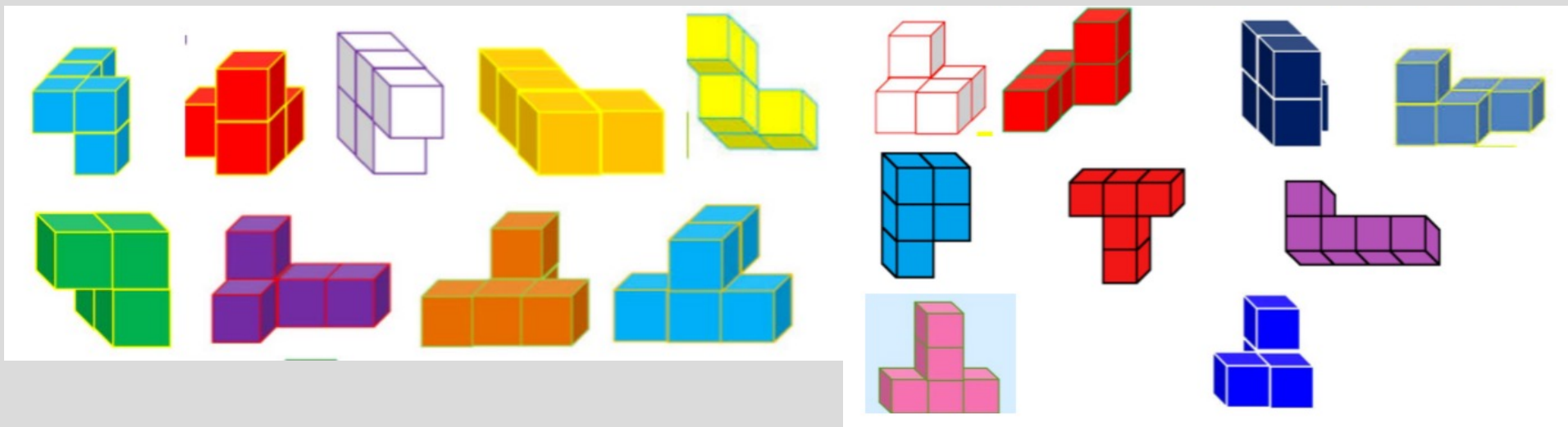


Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Discriminação visual

Tarefa 1.8. Comparação de construções

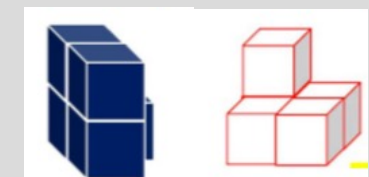
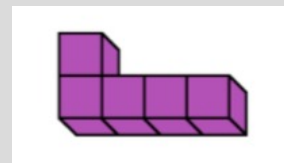
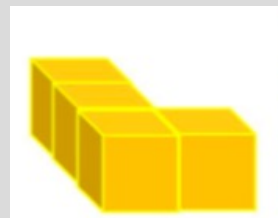
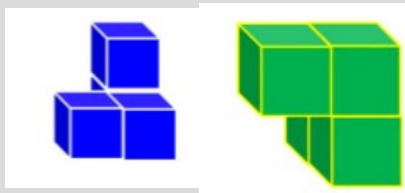
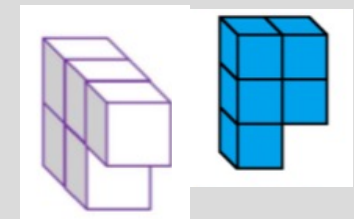
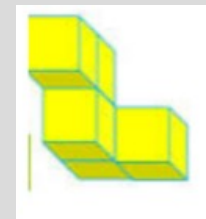
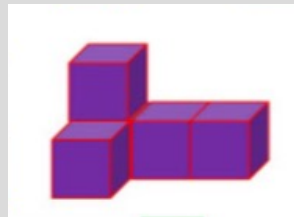
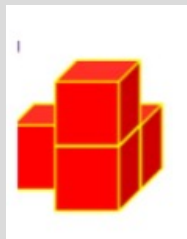
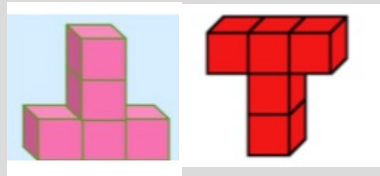
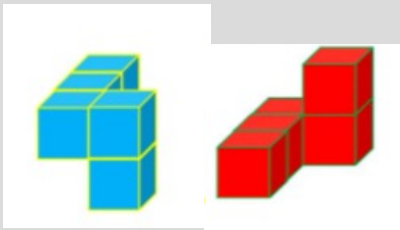


Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Discriminação visual

Tarefa 1.8. Comparação de construções



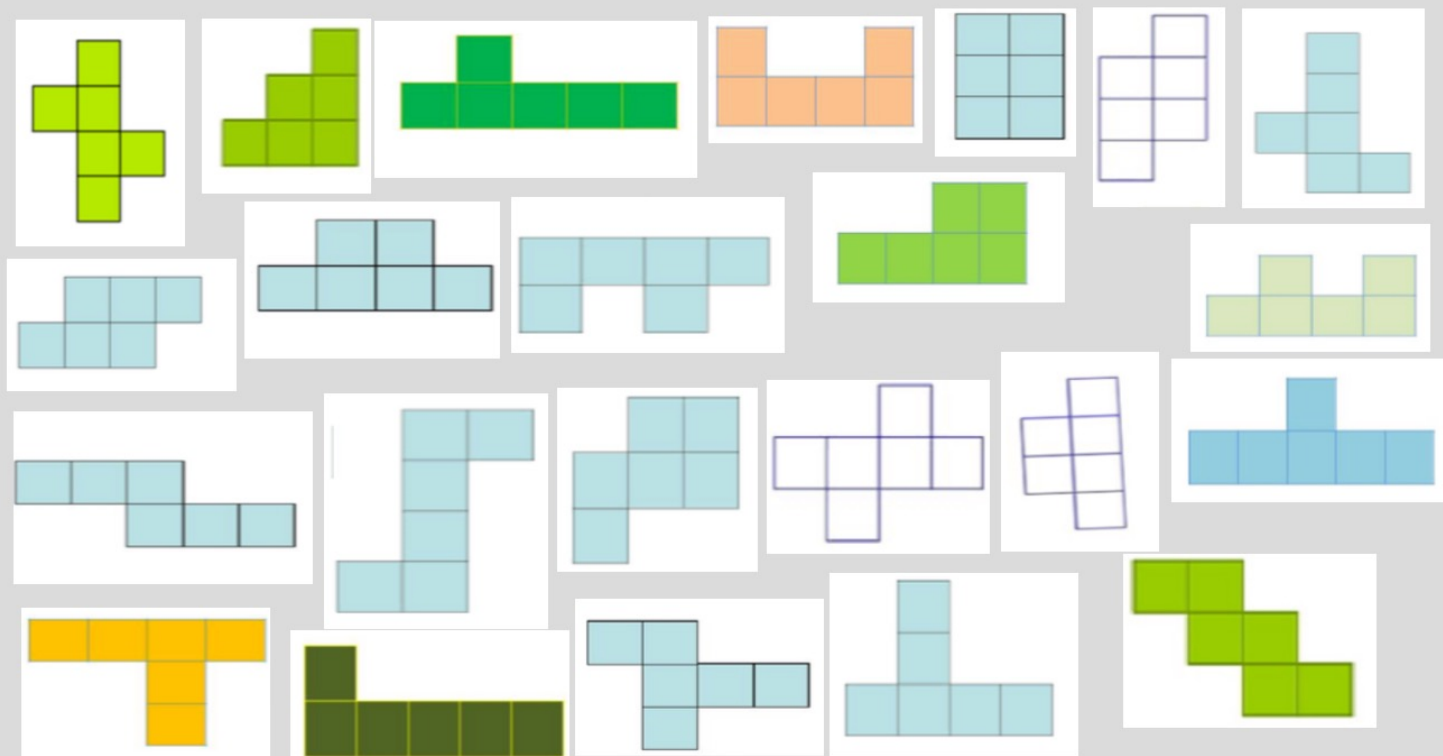
Geometria e sentido espacial

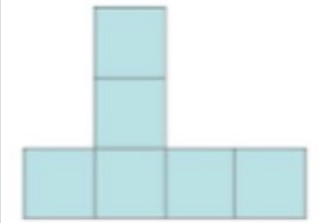
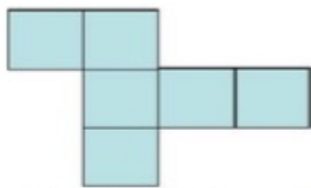
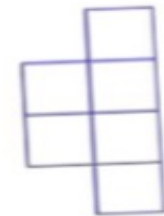
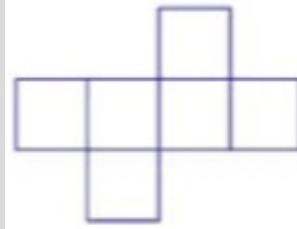
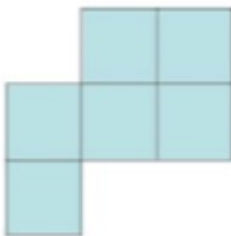
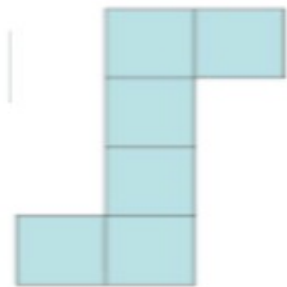
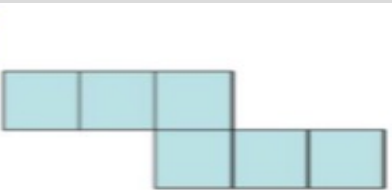
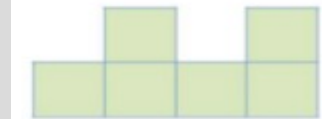
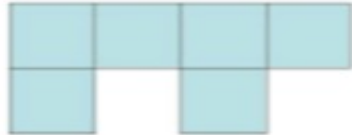
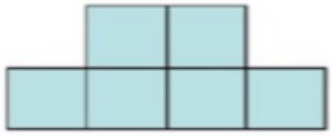
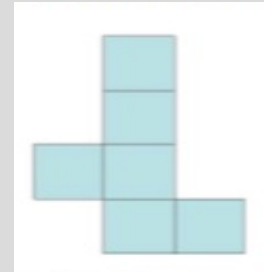
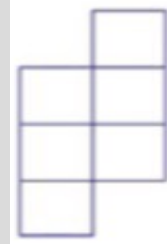
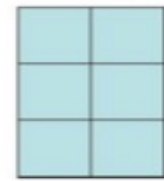
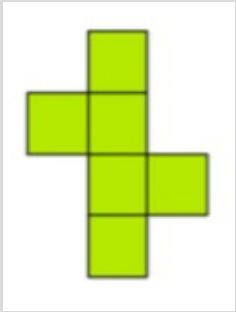
Visualização e orientação espacial

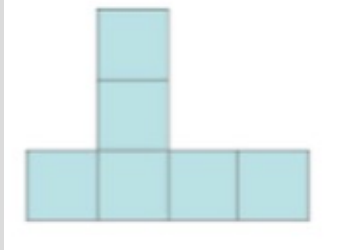
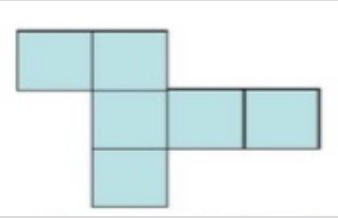
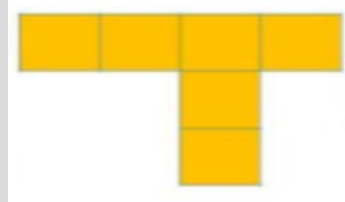
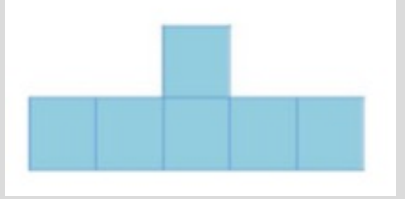
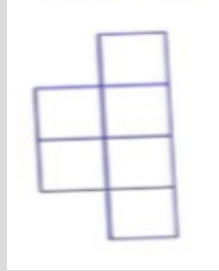
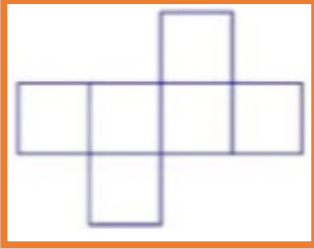
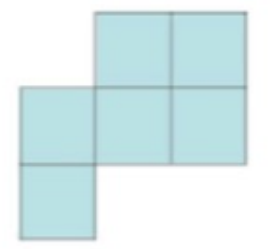
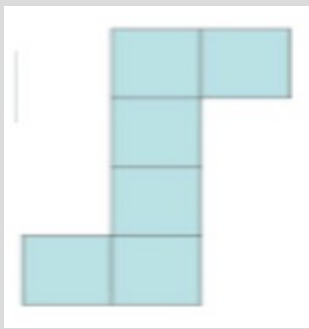
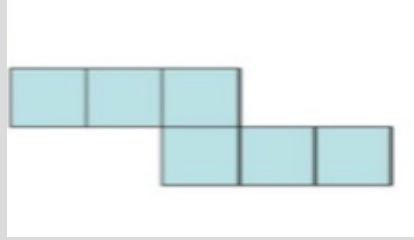
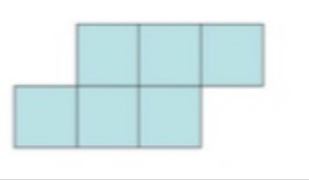
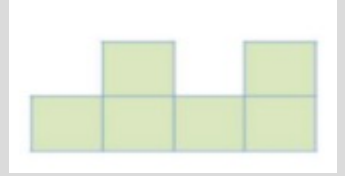
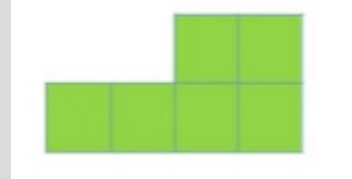
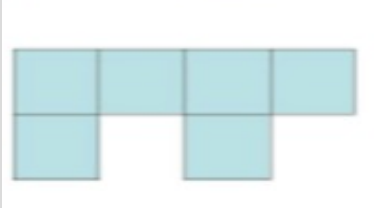
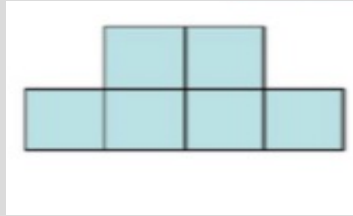
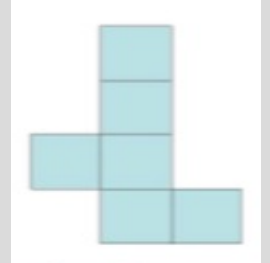
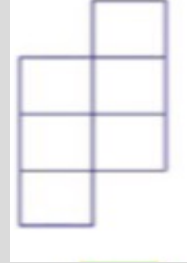
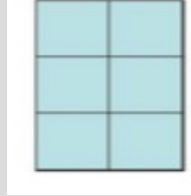
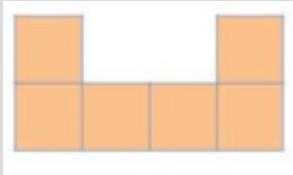
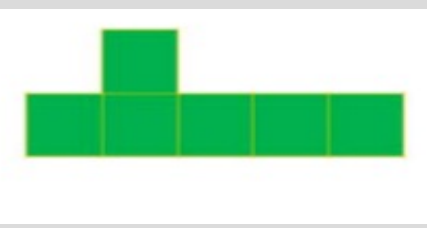
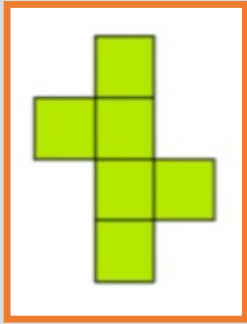
Discriminação visual

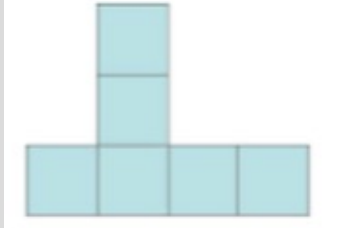
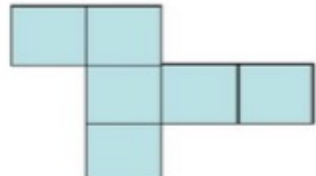
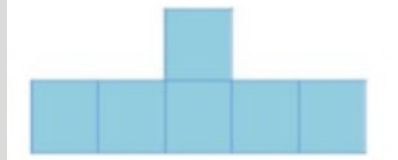
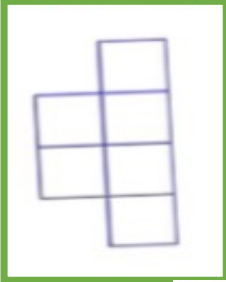
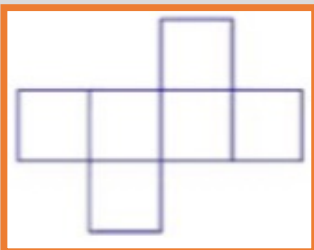
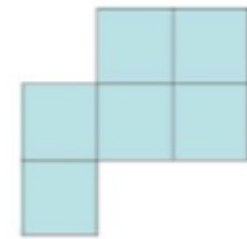
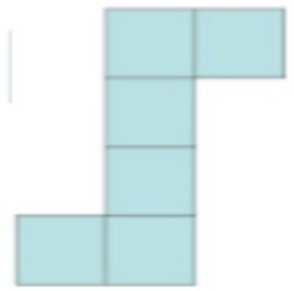
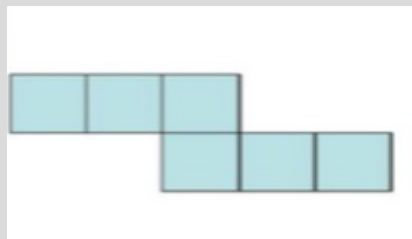
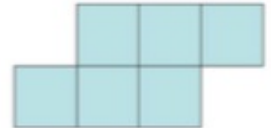
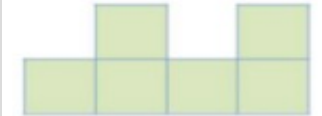
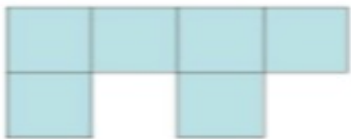
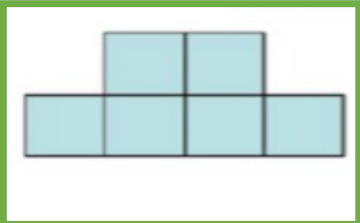
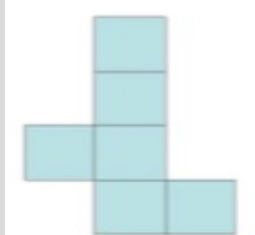
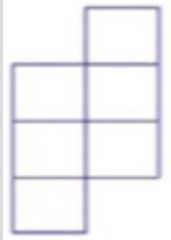
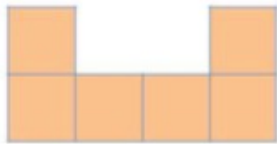
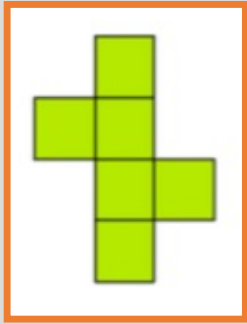
Tarefa 1.9. Hexaminós

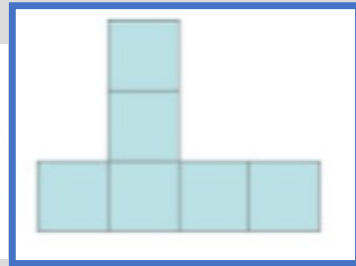
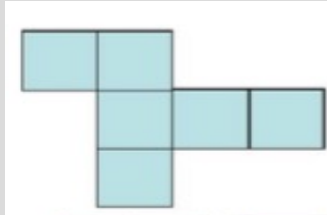
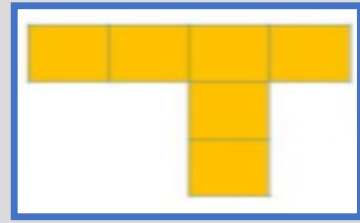
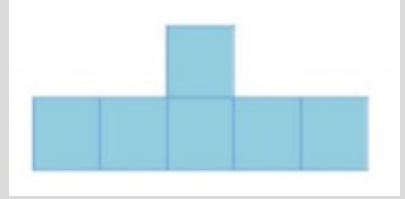
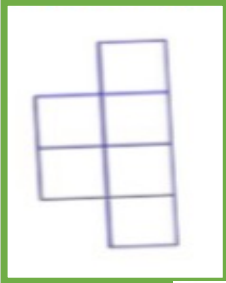
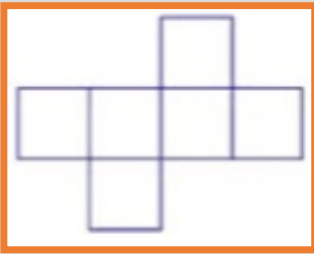
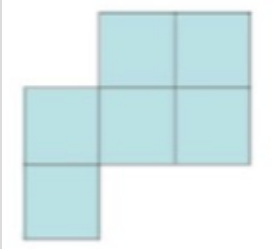
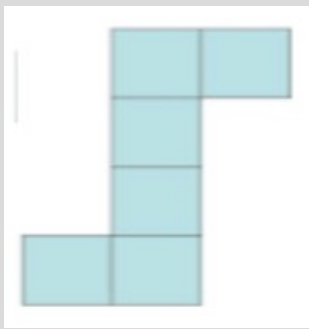
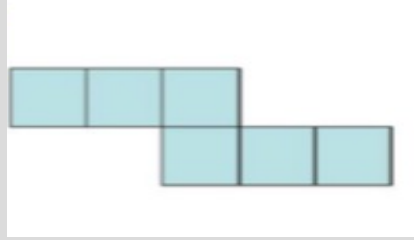
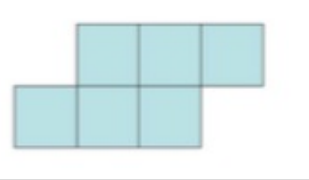
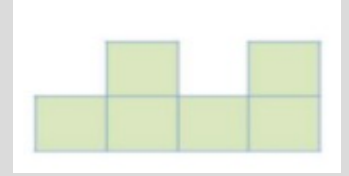
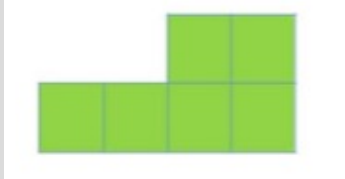
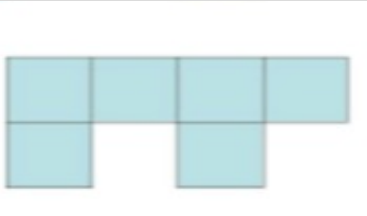
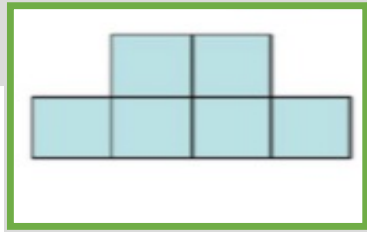
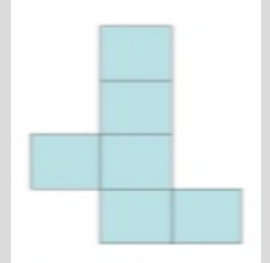
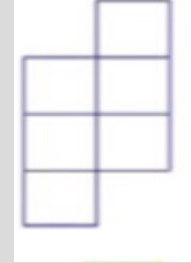
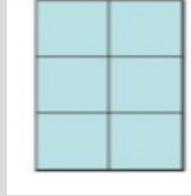
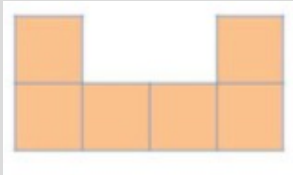
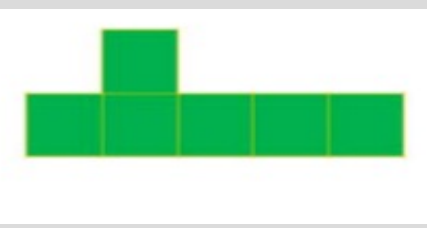
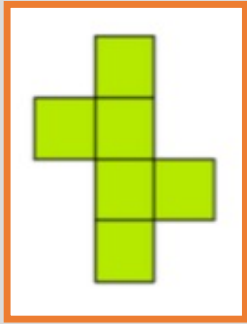
Será que entre estas imagens existem hexaminós que se repetem?

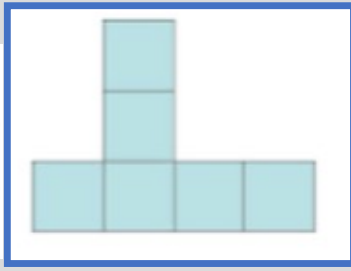
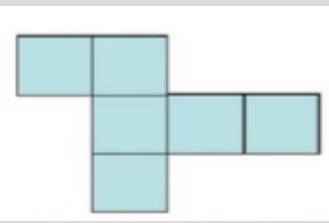
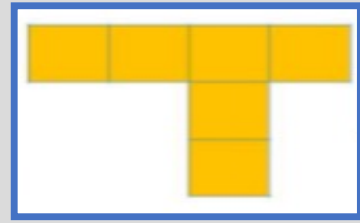
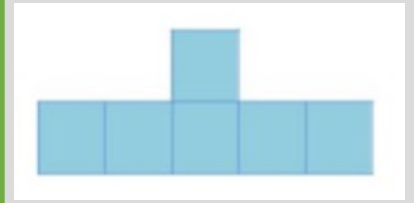
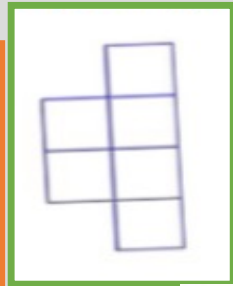
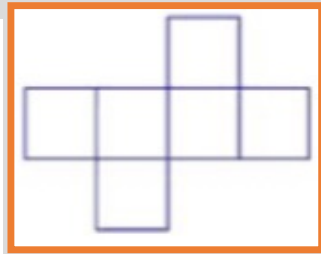
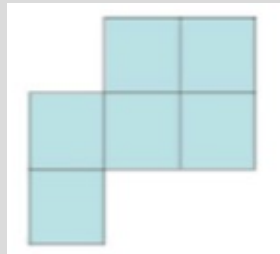
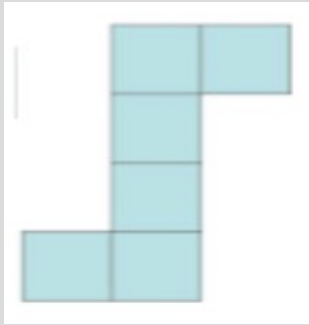
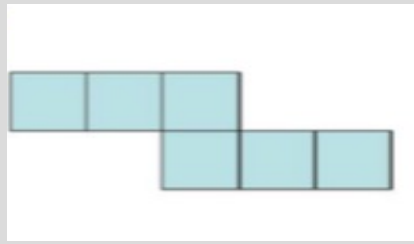
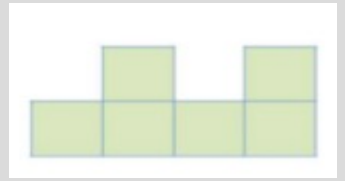
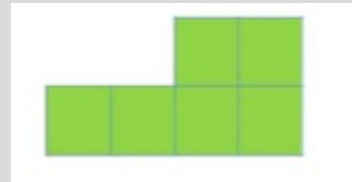
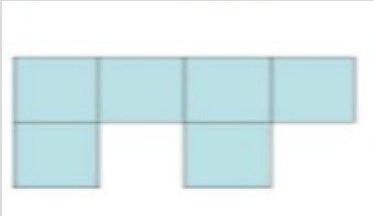
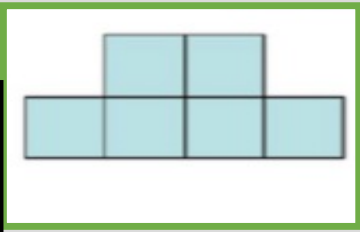
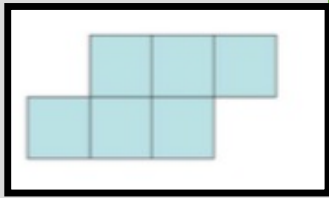
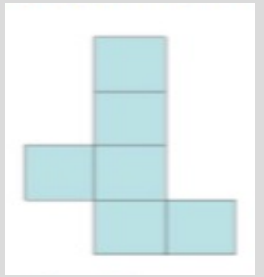
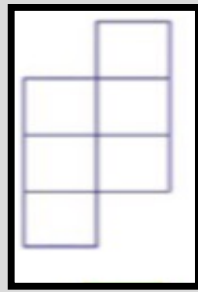
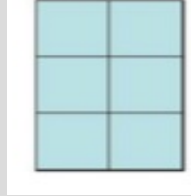
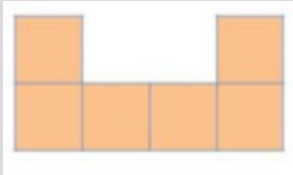
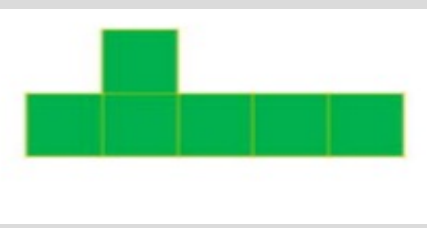
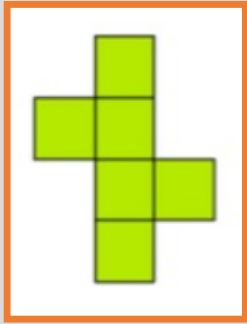


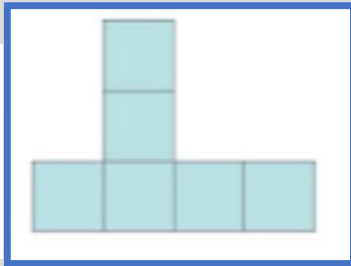
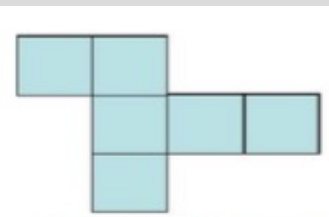
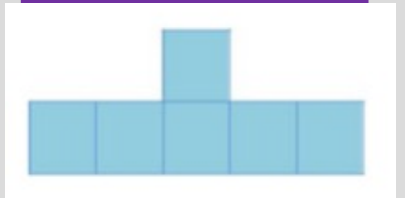
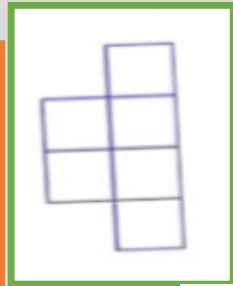
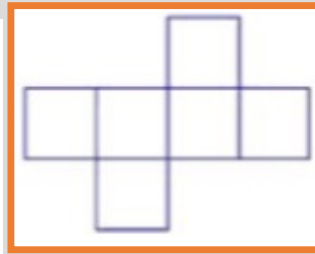
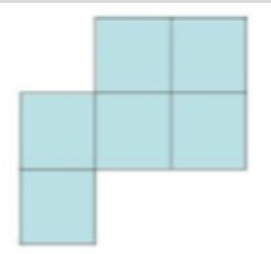
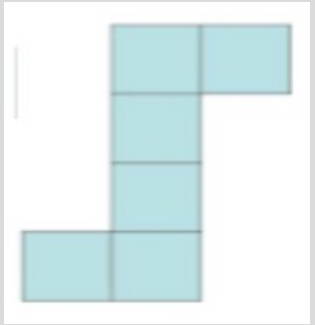
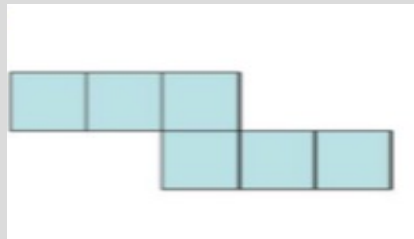
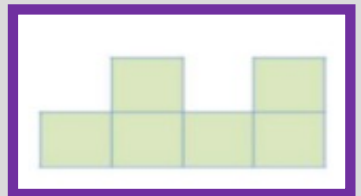
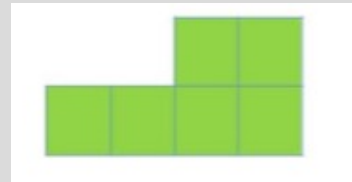
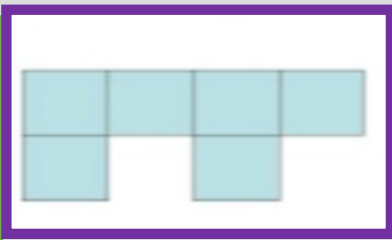
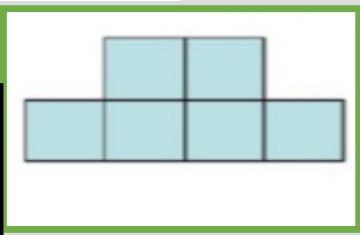
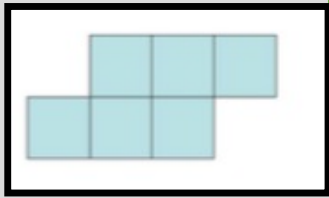
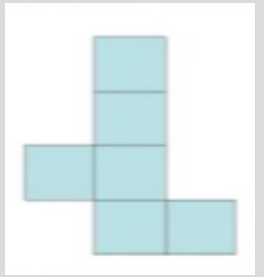
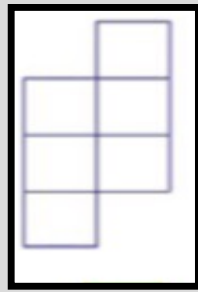
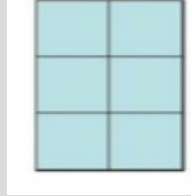
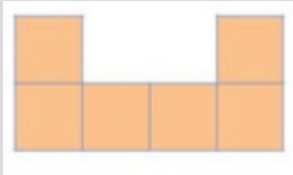
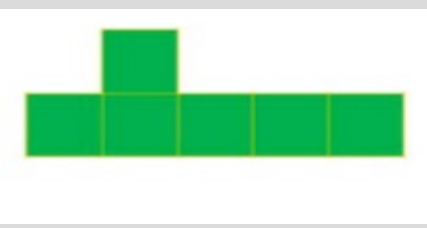
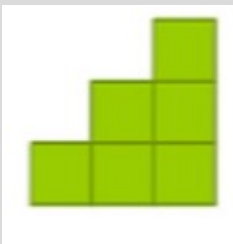
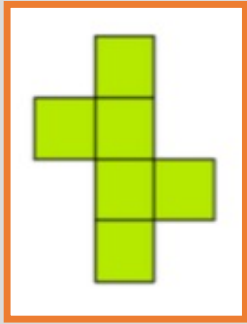












Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Discriminação visual

Tarefa 1.10. Composição e decomposição

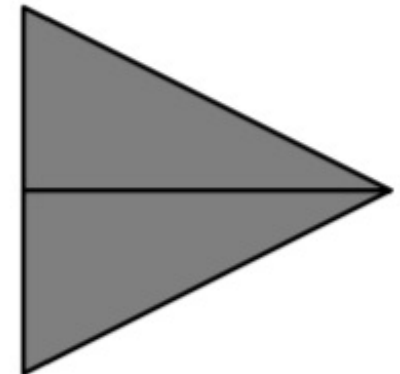
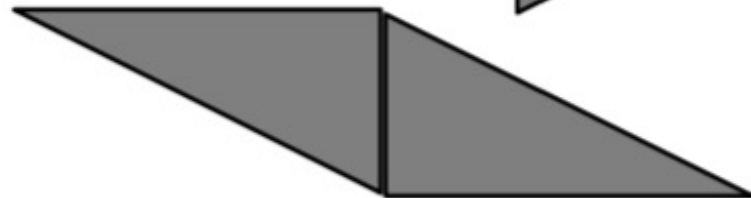
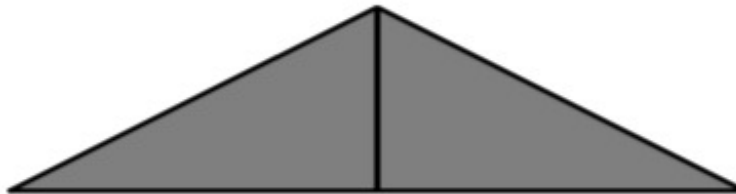
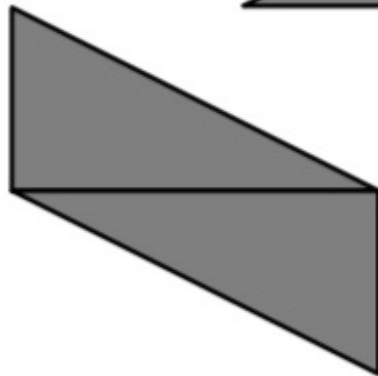
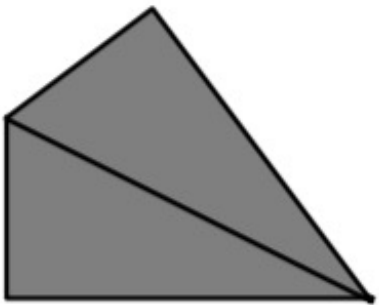
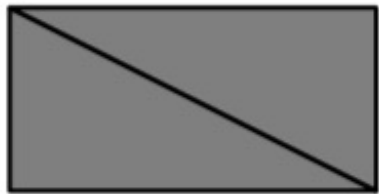
A partir dos dois triângulos seguintes que figuras consegue obter juntando lados com a mesma medida?



Geometria e sentido espacial
Visualização e orientação espacial

Discriminação visual

Tarefa 1.10. Composição e decomposição



Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

iv) Percepção das relações espaciais

Capacidade de identificar características e propriedades básicas de um objeto espacial.

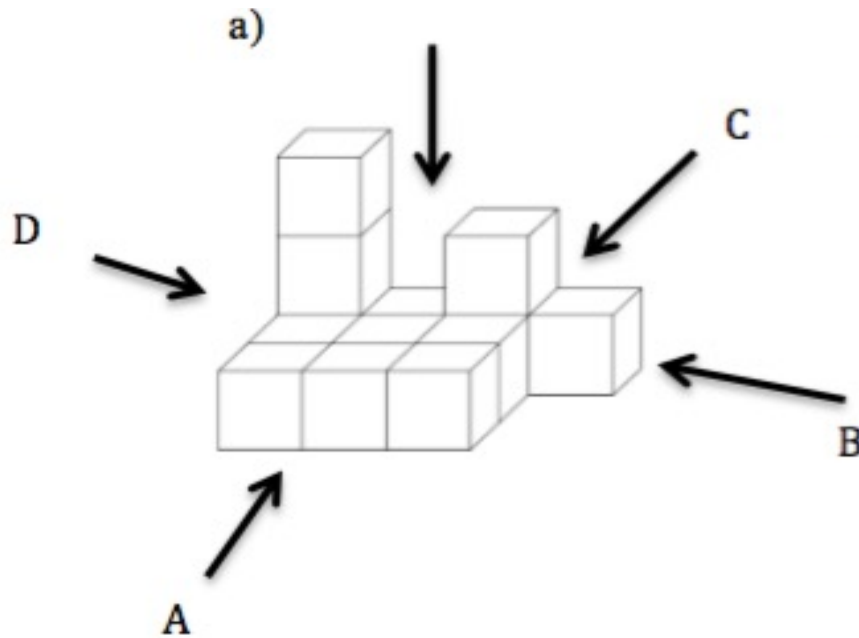
.

Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos

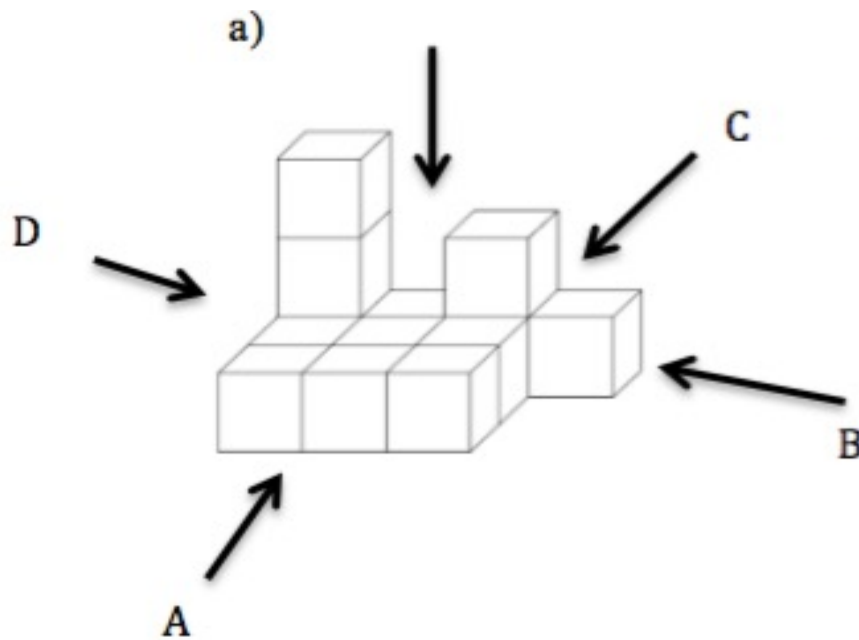


Geometria e sentido espacial

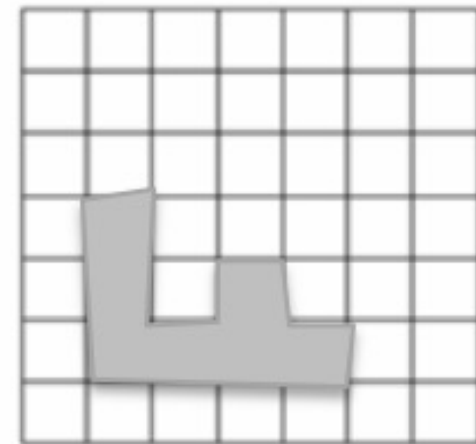
Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos



Vista A

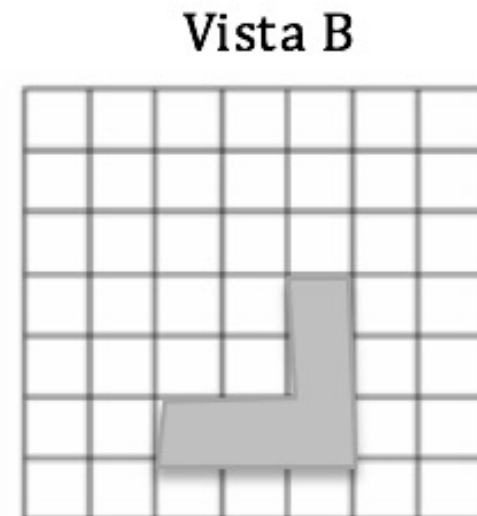
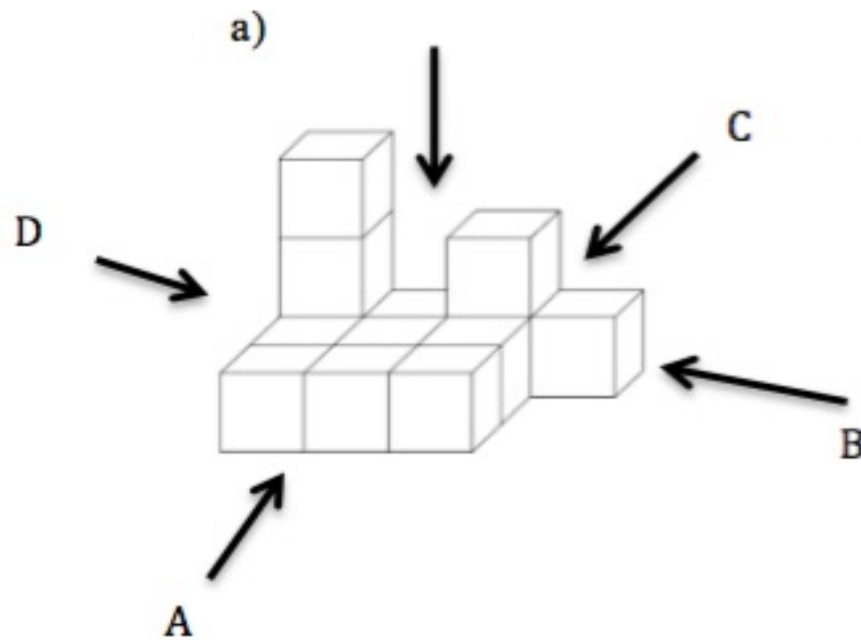


Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos

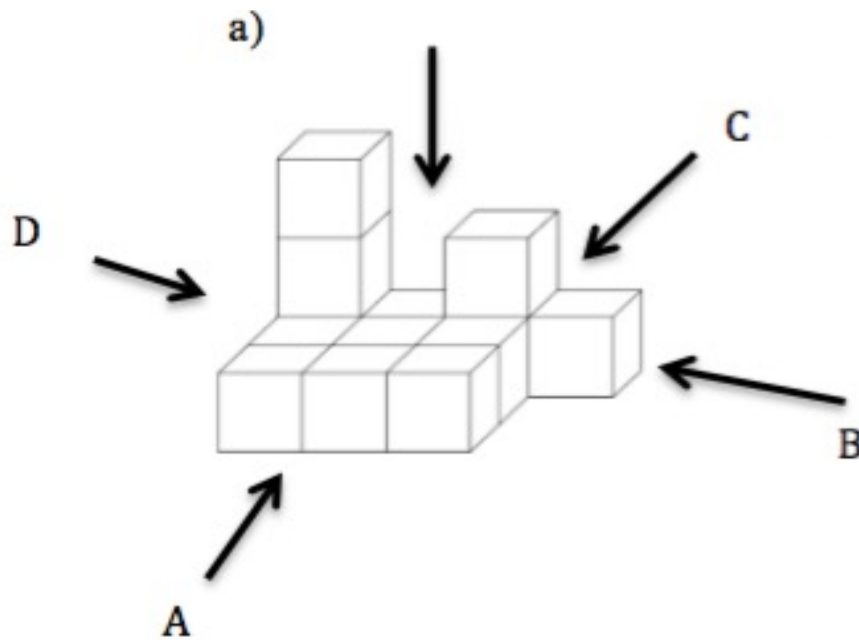


Geometria e sentido espacial

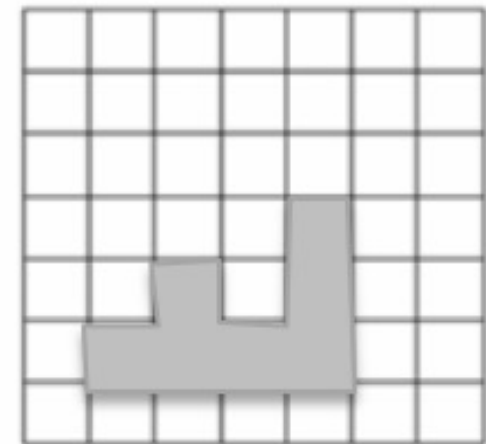
Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos



Vista C

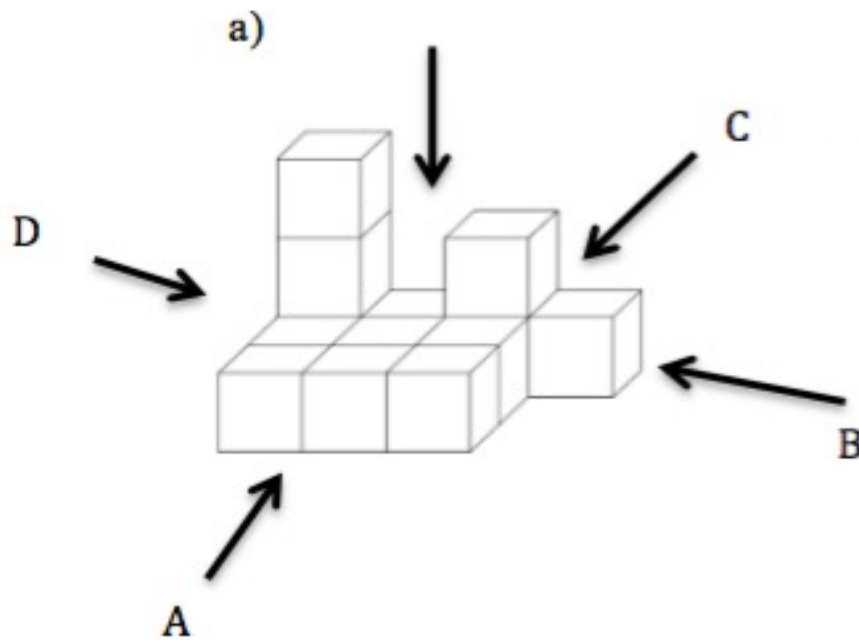


Geometria e sentido espacial

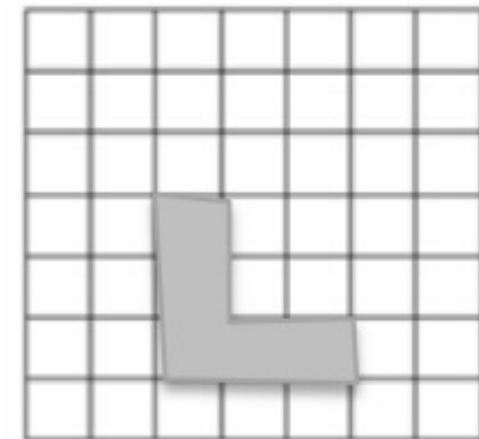
Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos



Vista D

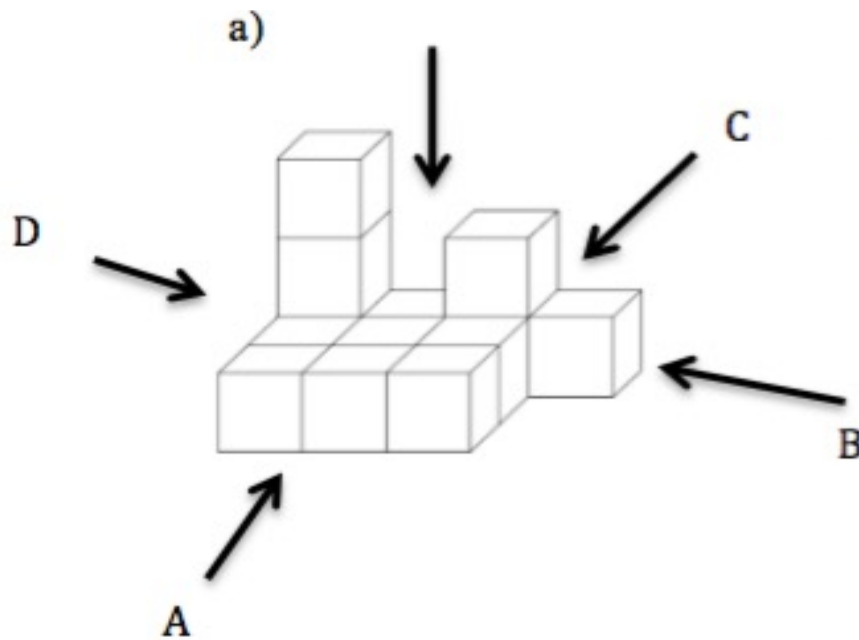


Geometria e sentido espacial

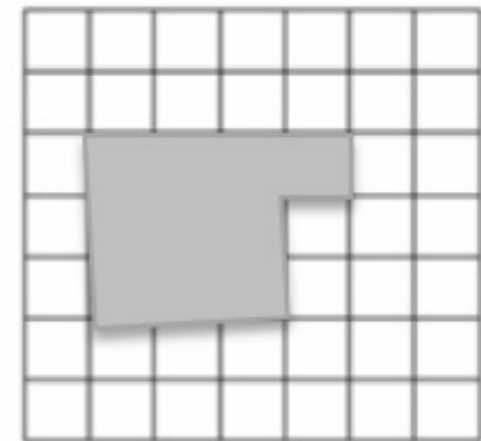
Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos



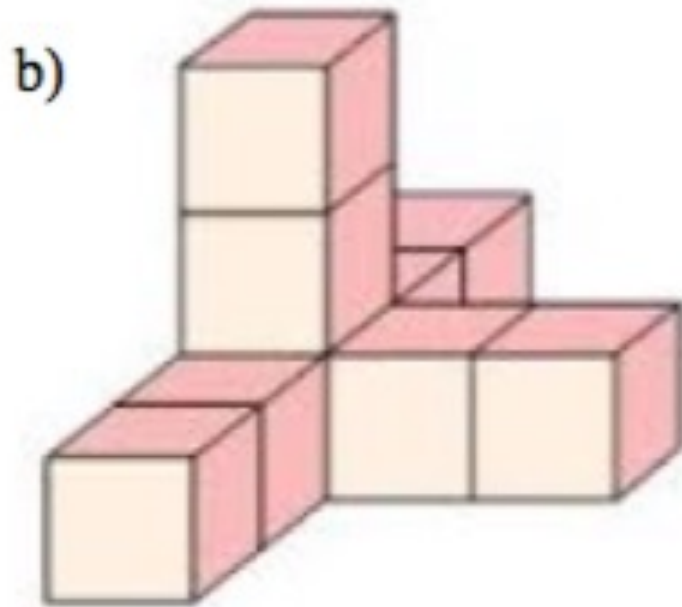
Vista de cima



Geometria e sentido espacial
Visualização e orientação espacial

**Percepção das relações
espaciais**

Tarefa 1.11. Vistas de objetos



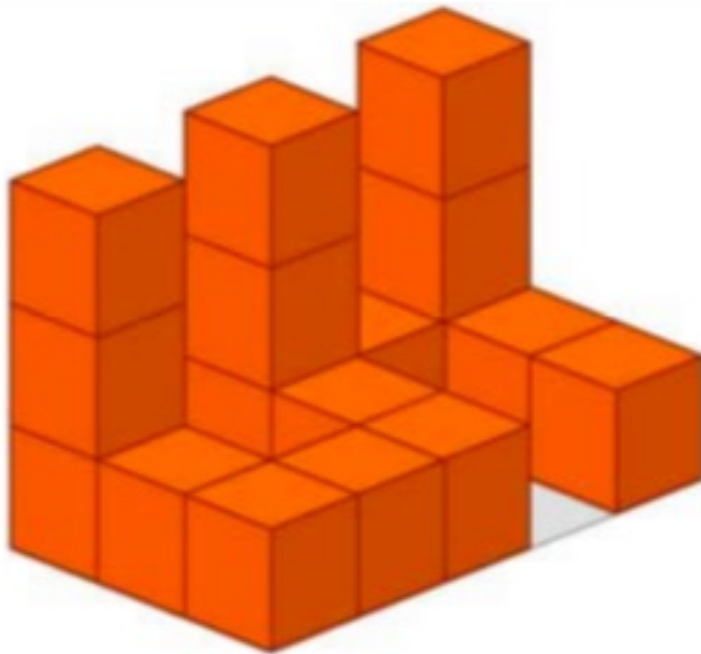
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos

c)



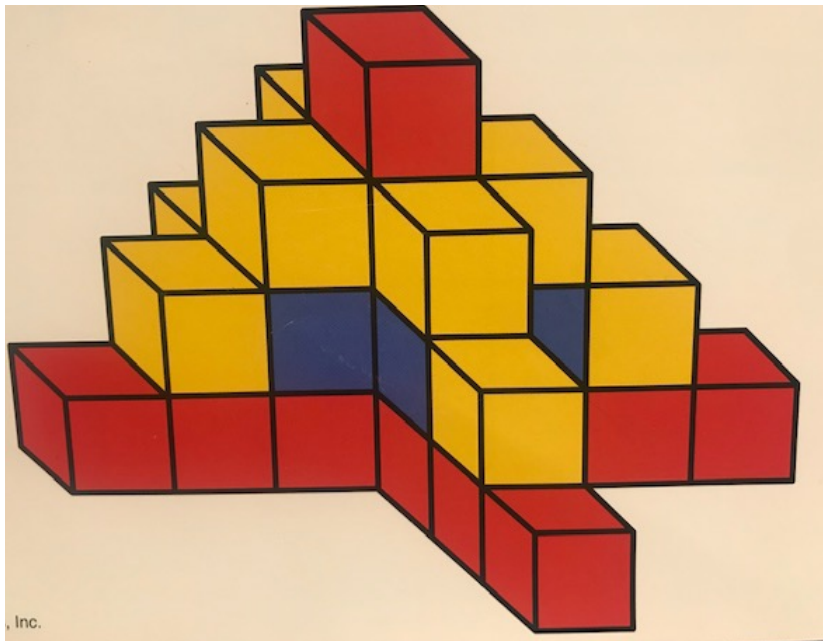
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos

d)



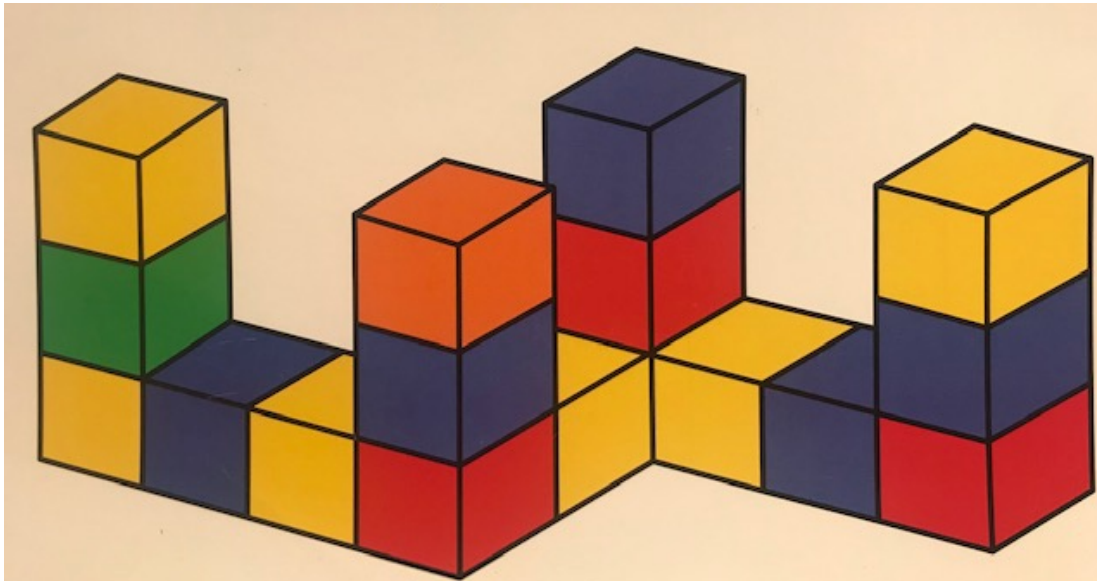
Geometria e sentido espacial

Visualização e orientação espacial

Percepção das relações espaciais

Tarefa 1.11. Vistas de objetos

e)



Referências bibliográficas

- Alsina, A. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos: Para crianças dos 6 aos 12*. Porto: Porto Editora.
- Caraça, B. de J. (1984). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora.
- Palma Fernandes, A. do N. (s. d.). *Elementos de geometria*. Lisboa: Platano Editores.
- Martínez, E. C., & Martínez, E. C. (Coord.) (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil*. Madrid: Pirámide.
- NCTM (2001). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar, Coleção de adendas: anos de escolaridade K-6*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ruiz, J. F., & Lupiáñez, J. L. (2016). Espacio y geometria. In: E. C. Martínez & E. C. Martínez (Coord.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil*, (pp. 109-127). Madrid: Pirámide.
- Serra, M. (1993). *Discovering Geometry: An Inductive approach*. San Francisco: Key Curriculum Press.
- Veloso, E., Fonseca, H., Ponte, J. P., & Abrantes, P. (1999). *Ensino da Geometria nno virar do milénio*. Lisboa: Departamento de Educação – Universidade de Lisboa.