

Título: Números e Operações

Conjunto dos números naturais

Maria Helena Martinho

Formação Científica para Formação de Formadores

PEQT



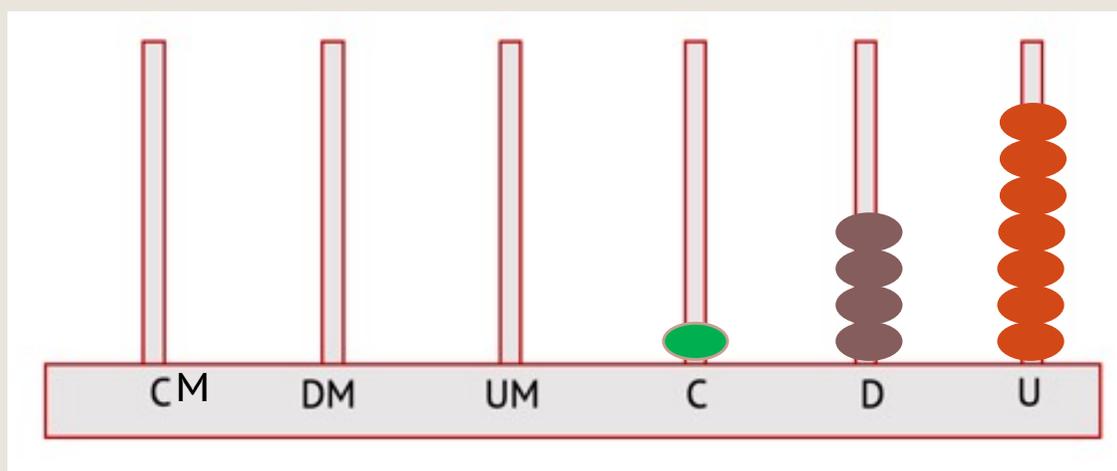
¹ Realizada no âmbito do PEQT-Projeto Educação de Qualidade para Todos (Contrato nº 001/UGPE-PEQTS/SC-CD/2021)



Atividade 1 (Correção)

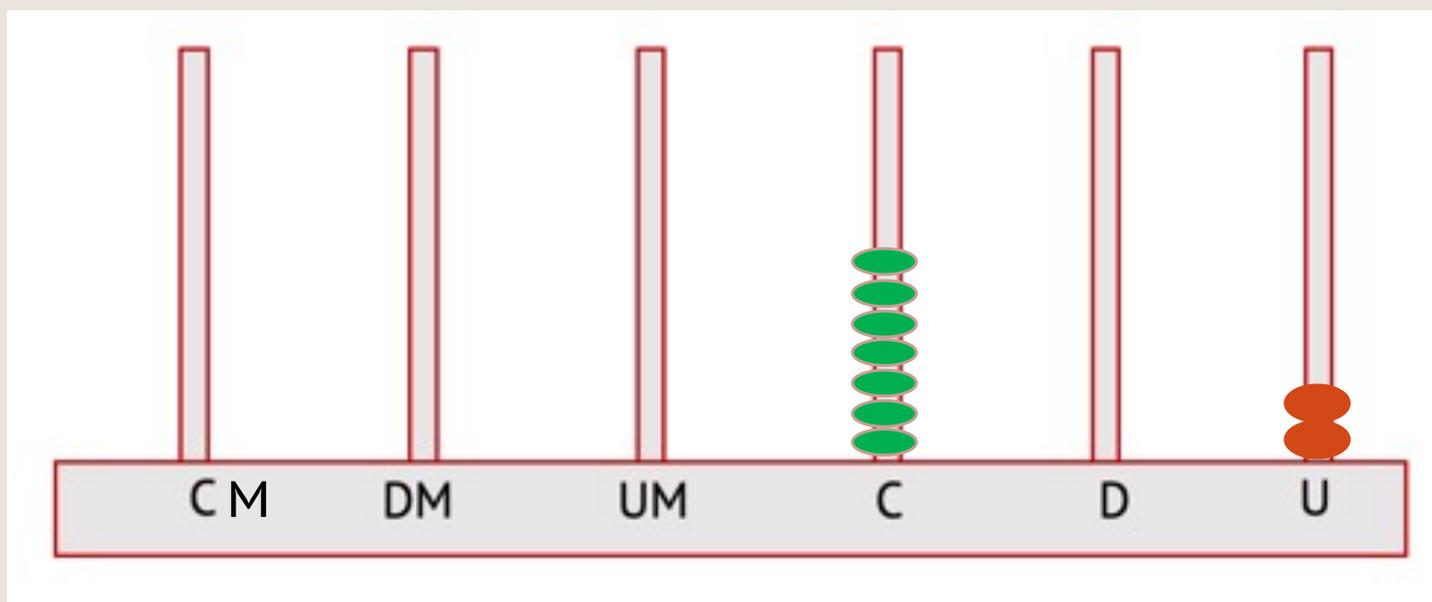
1. Represente no ábaco os seguintes números:

a) 147



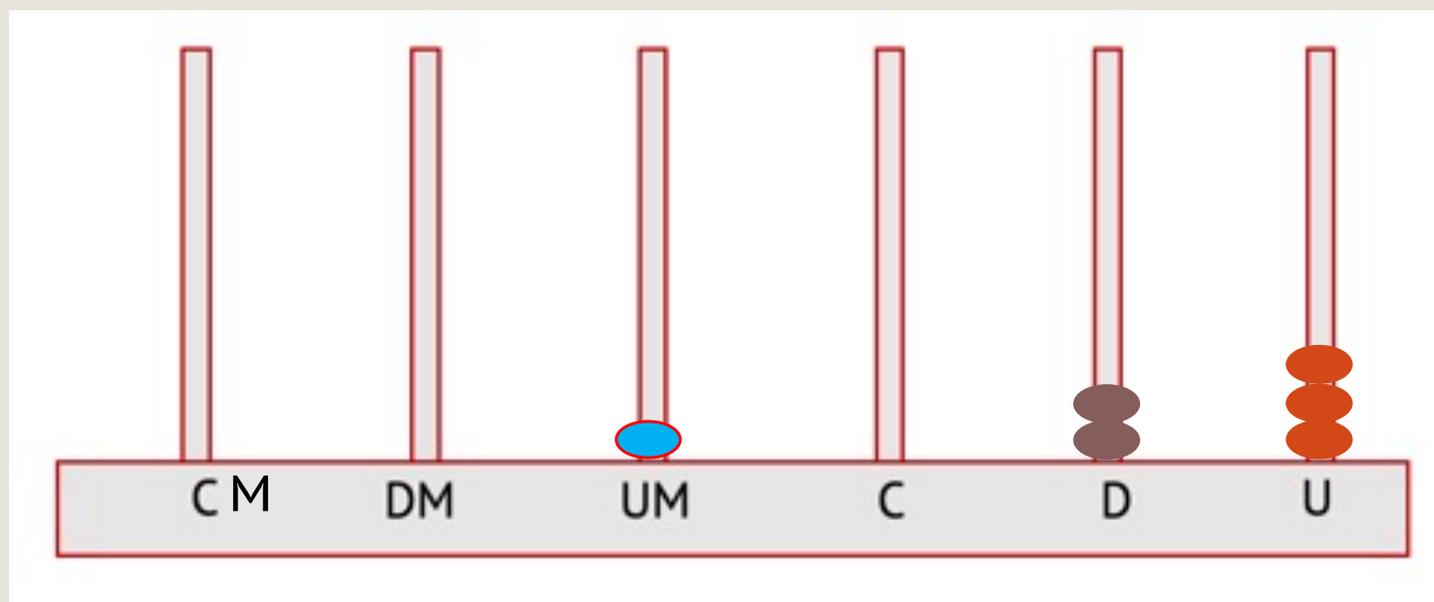
1. Represente no ábaco os seguintes números:

b) 702



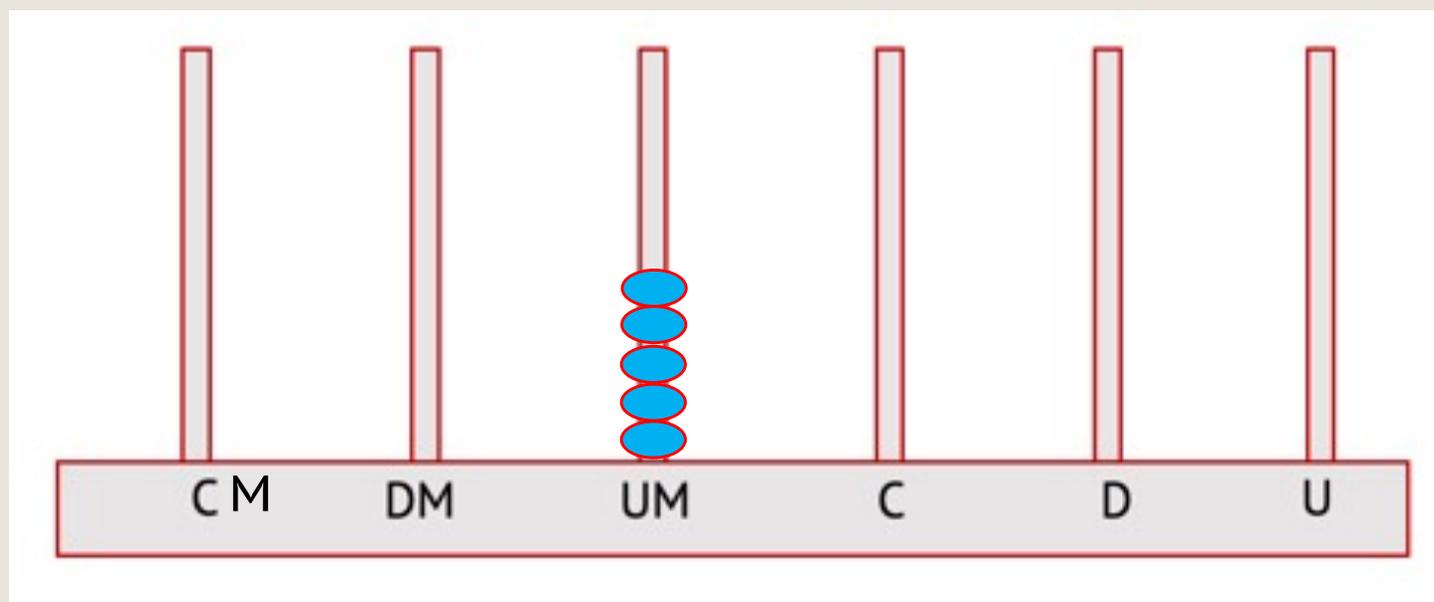
1. Represente no ábaco os seguintes números:

c) 1023



1. Represente no ábaco os seguintes números:

d) 5000



2. Represente na reta que se segue os números:

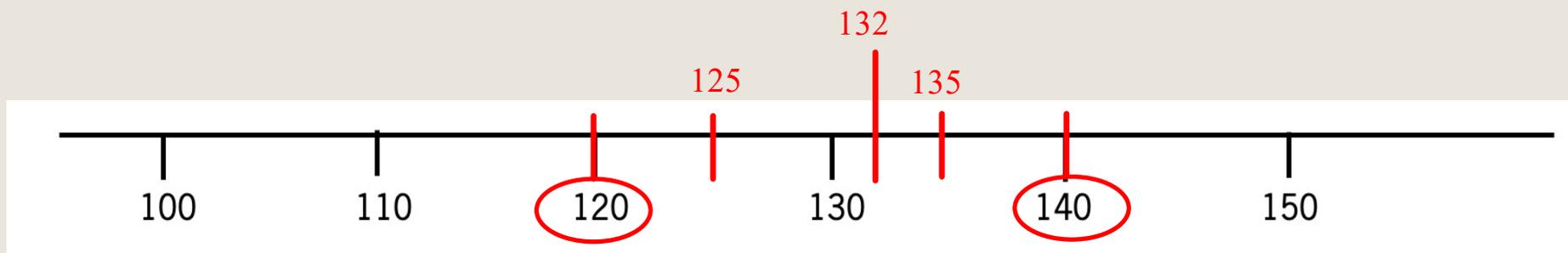
a) 125

b) 135

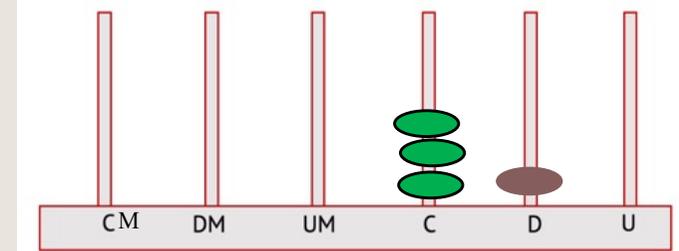
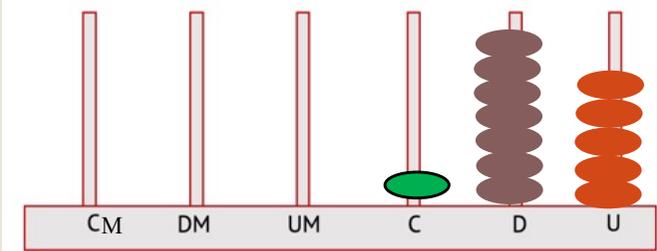
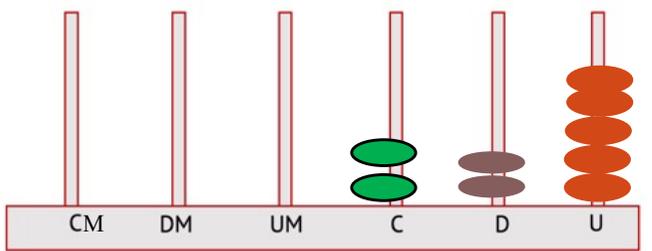
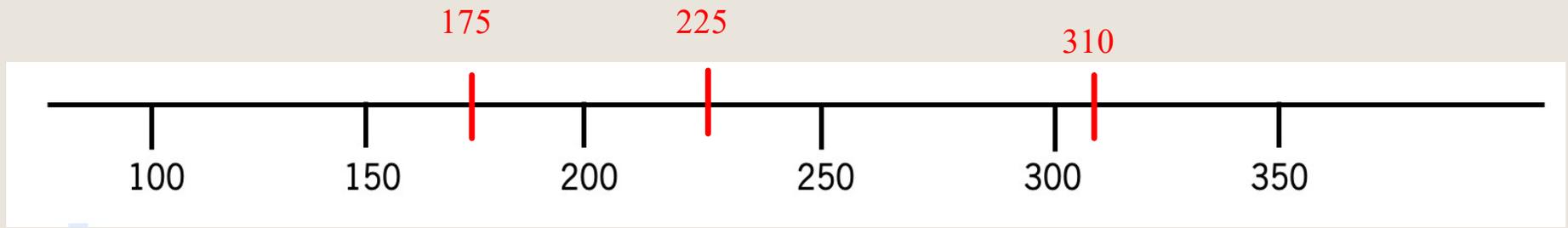
c) 140

d) 120

e) 132



3. Considere os números: 225, 175, 310

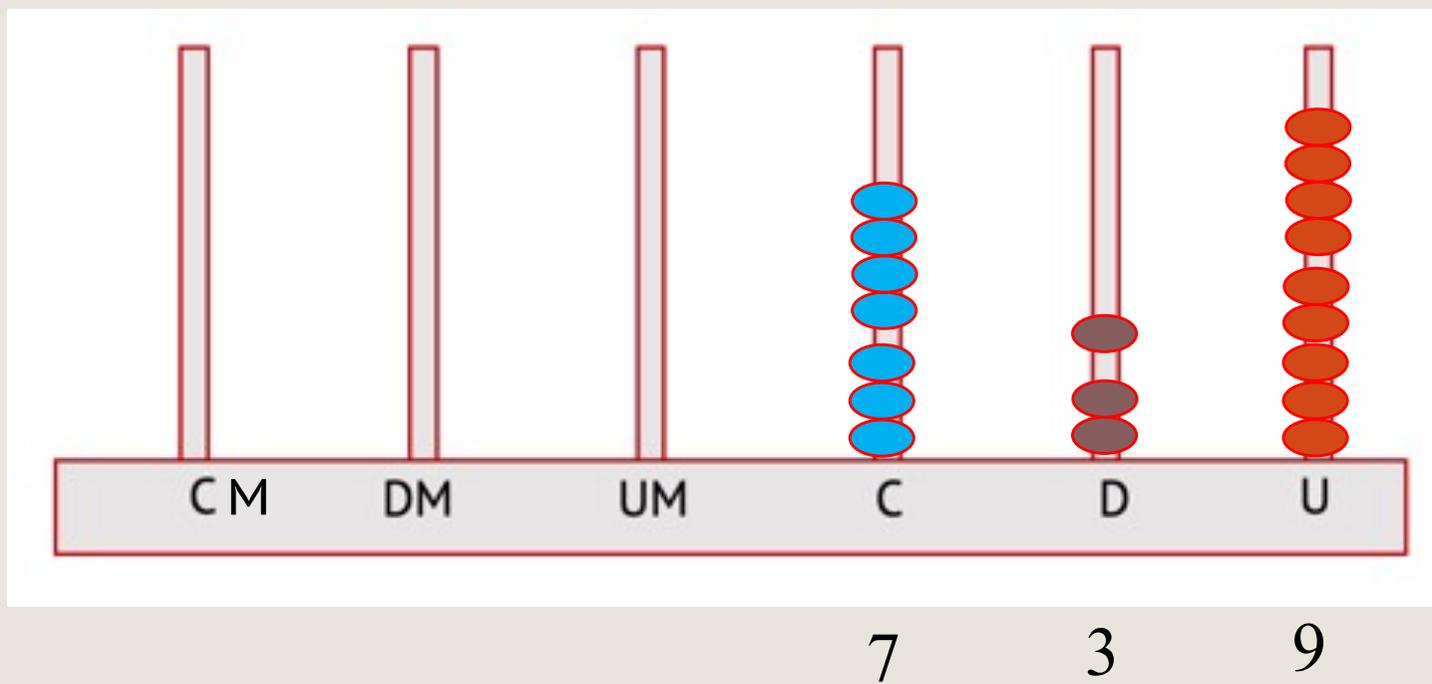


	centenas	dezenas	unidades
225	2	2	5
175	1	7	5
310	3	1	0

$$175 < 225 < 310$$

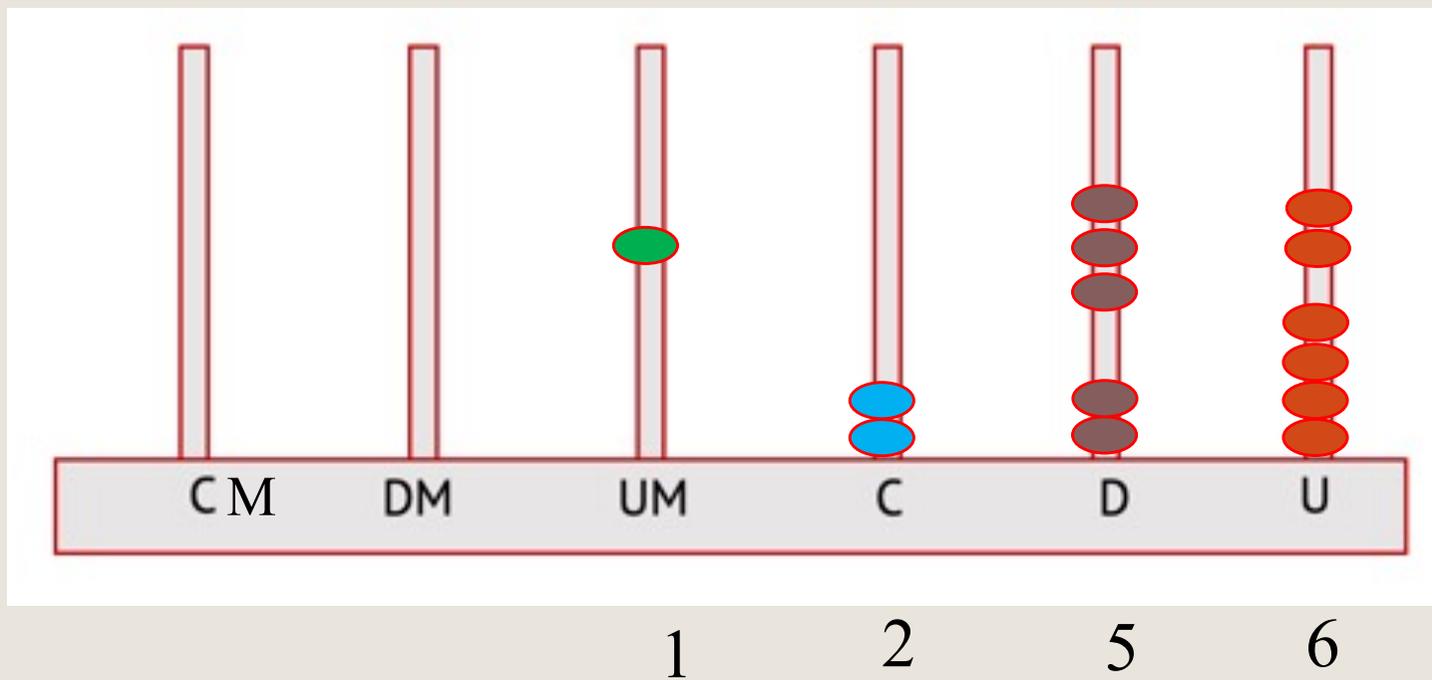
4. Calcule:

a) $325 + 414$



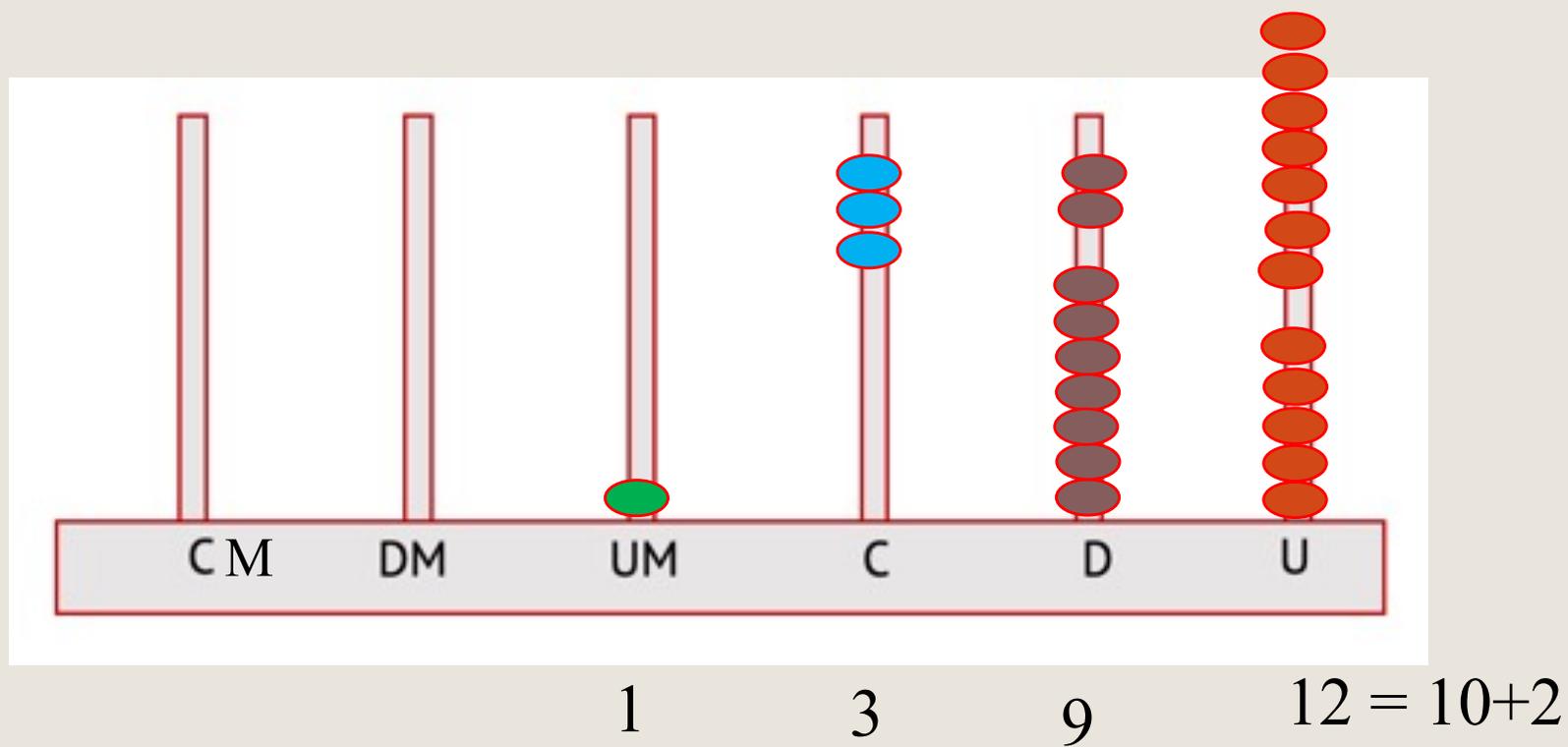
4. Calcule:

b) $224 + 1032$



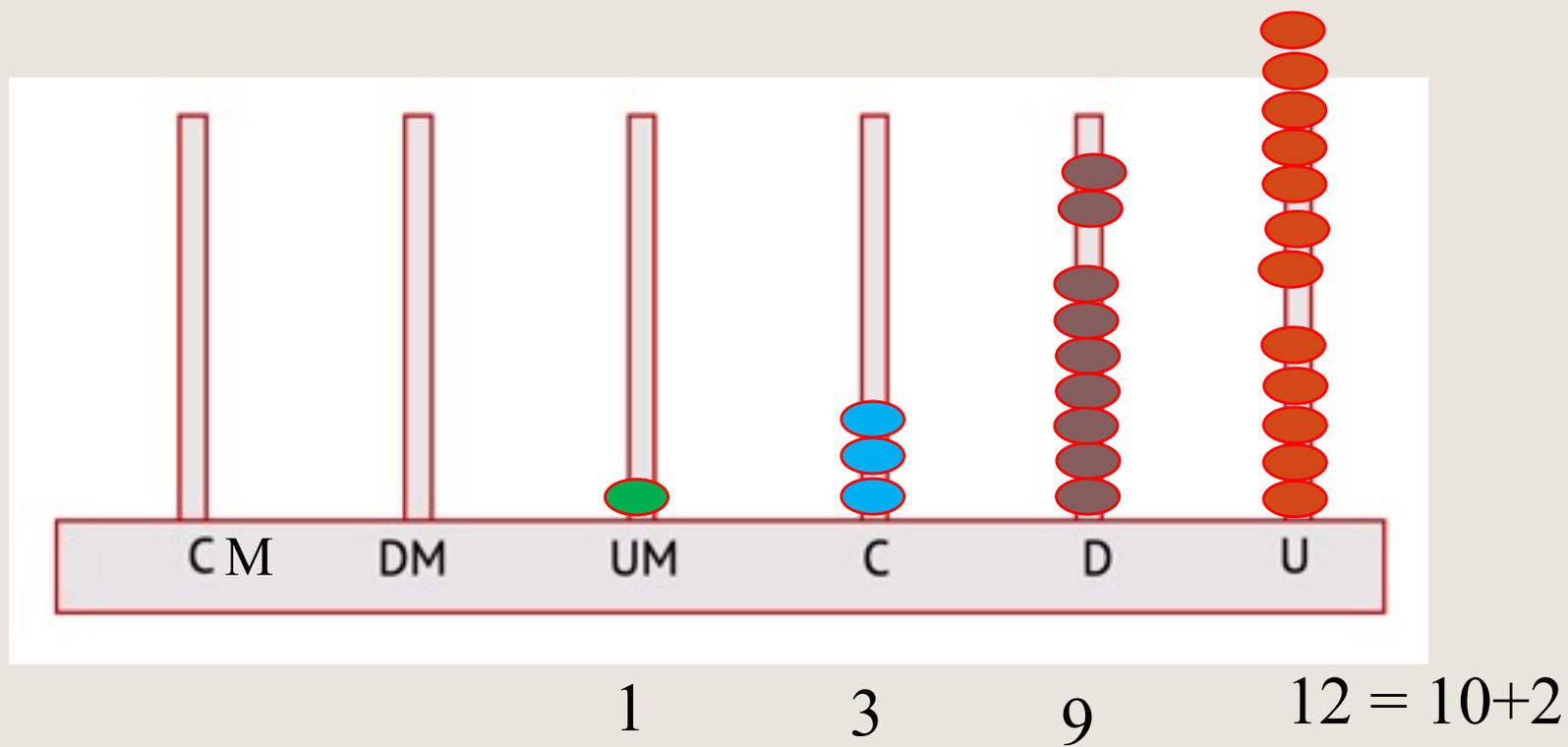
4. Calcule:

c) $1075 + 327$



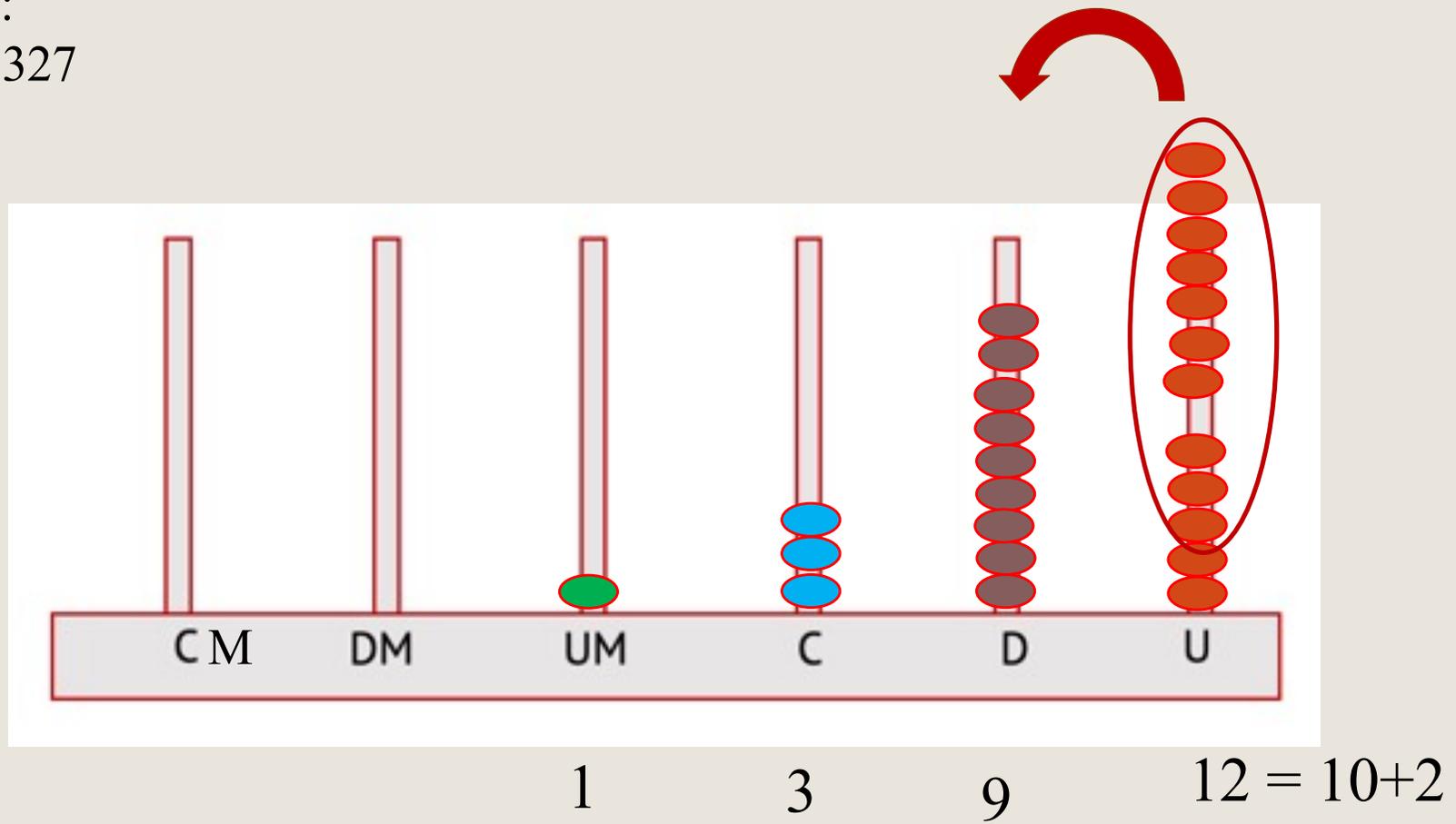
4. Calcule:

c) $1075 + 327$



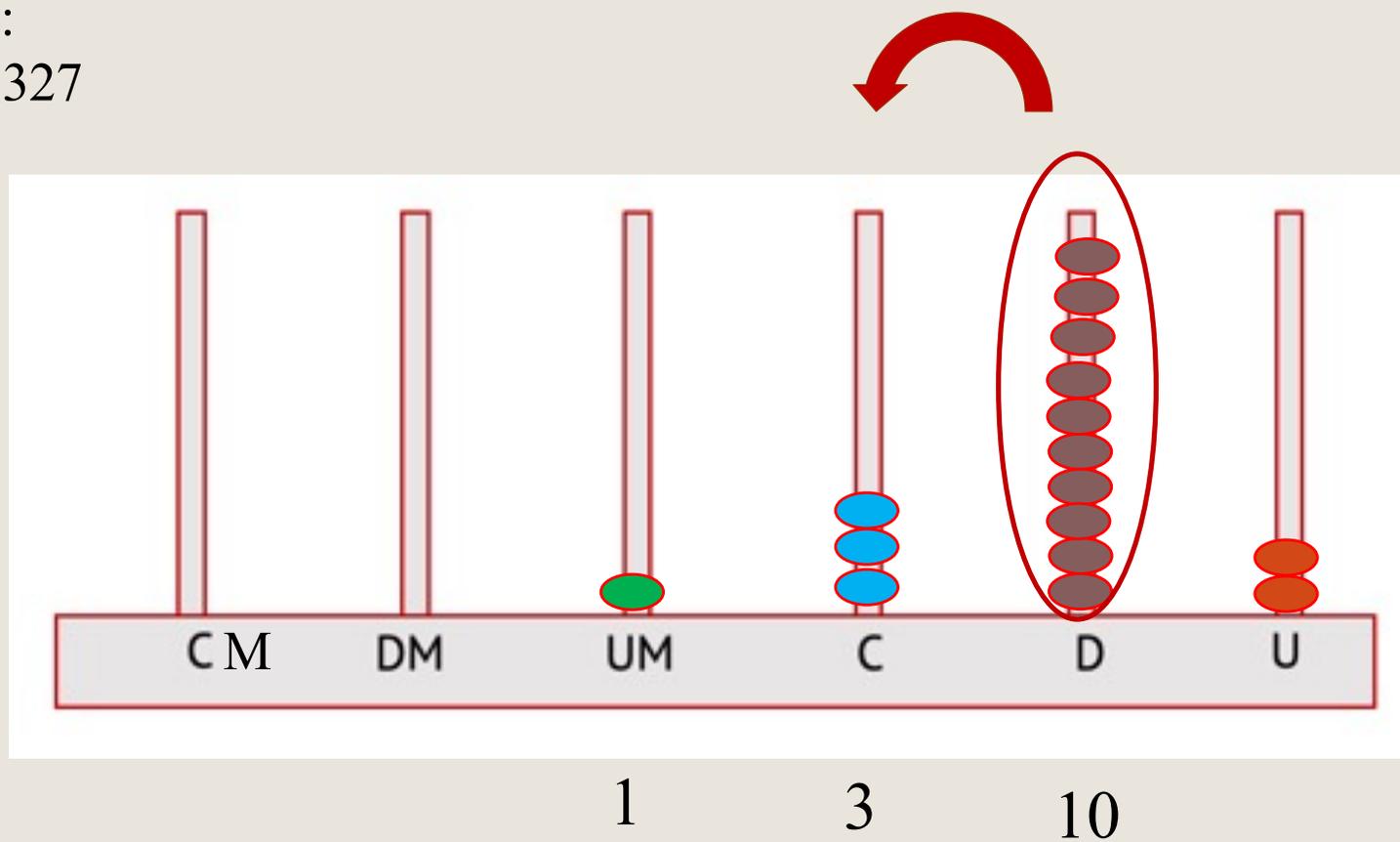
4. Calcule:

c) $1075 + 327$



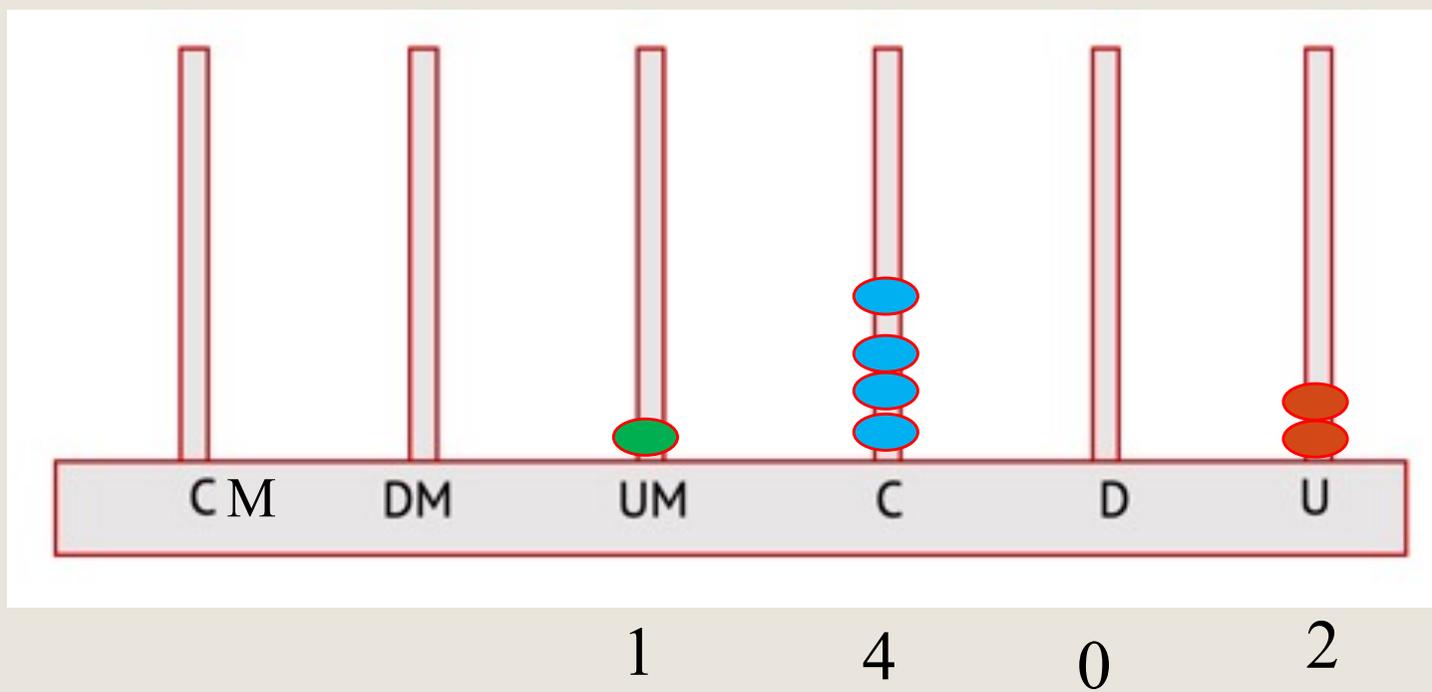
4. Calcule:

c) $1075 + 327$



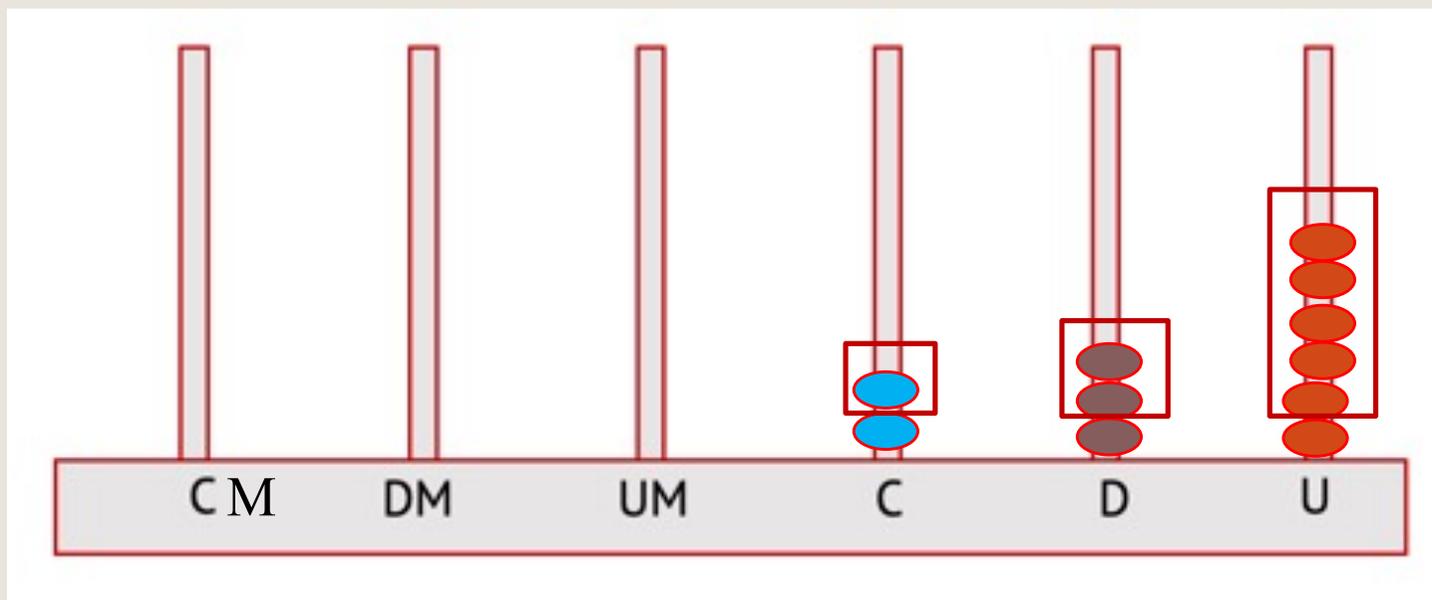
4. Calcule:

c) $1075 + 327$



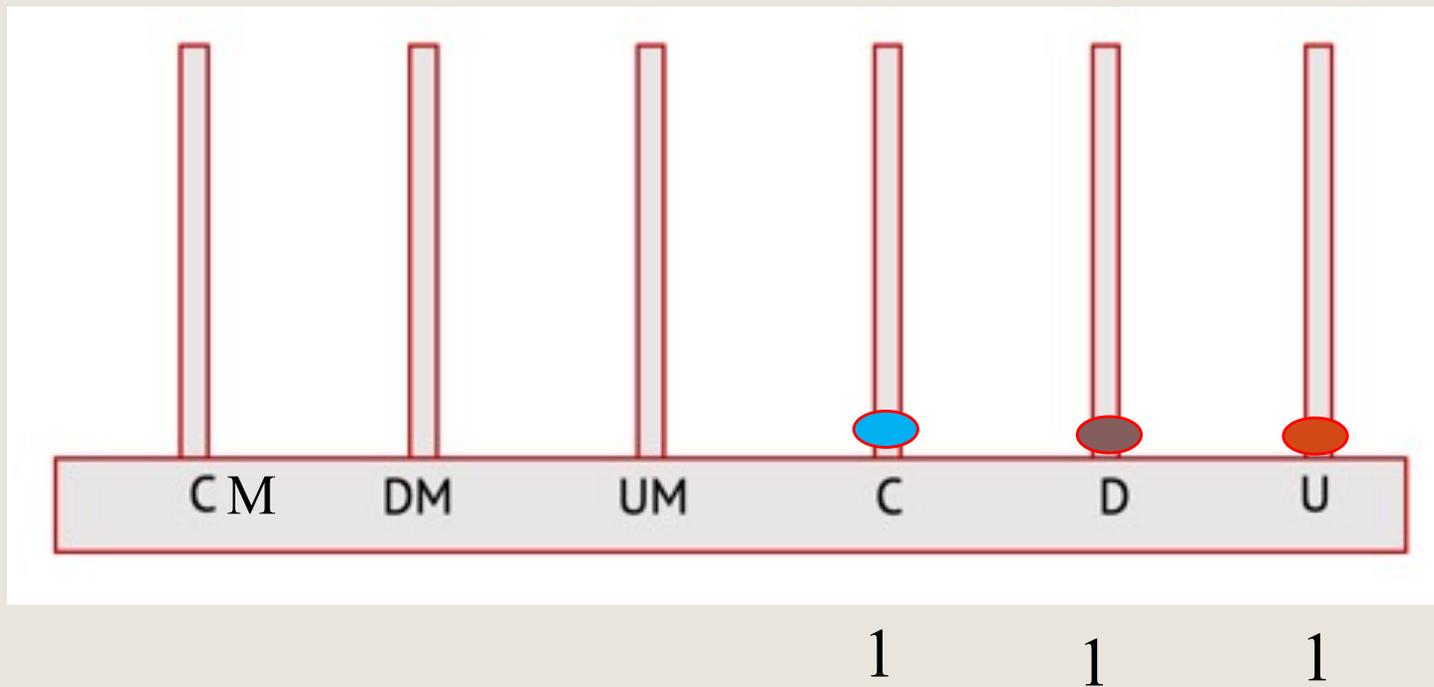
4. Calcule:

d) $236 - 125$



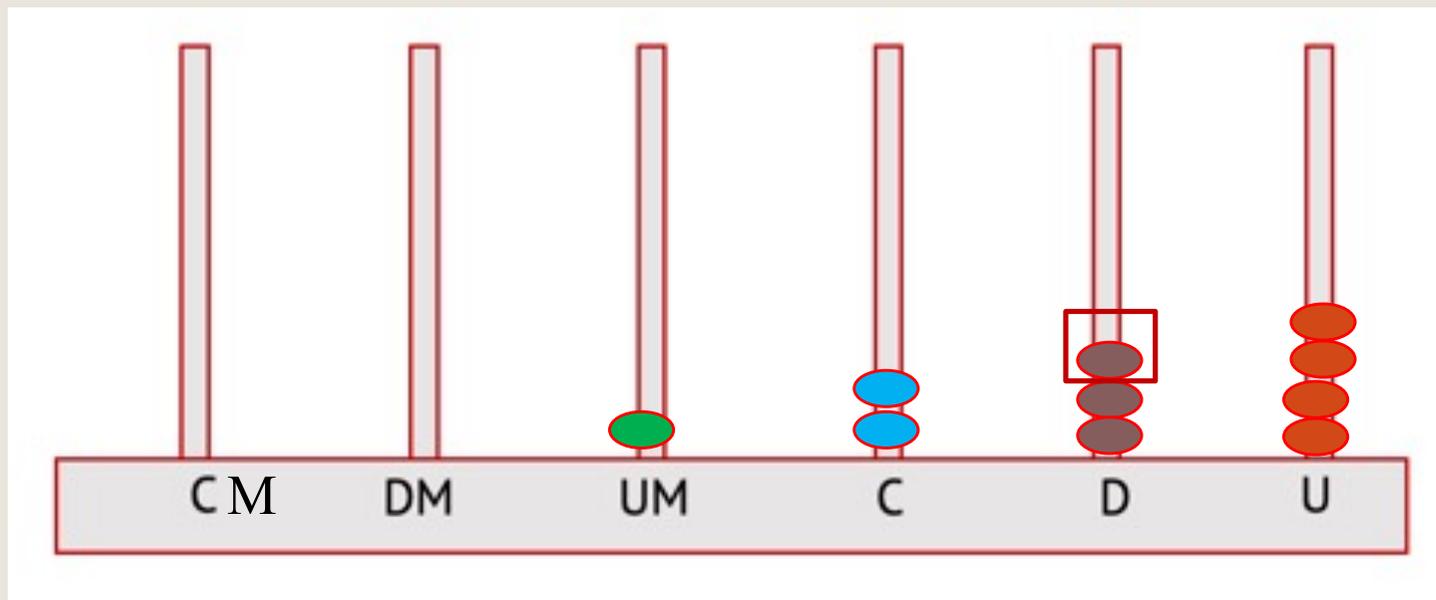
4. Calcule:

d) $236 - 125$



4. Calcule:

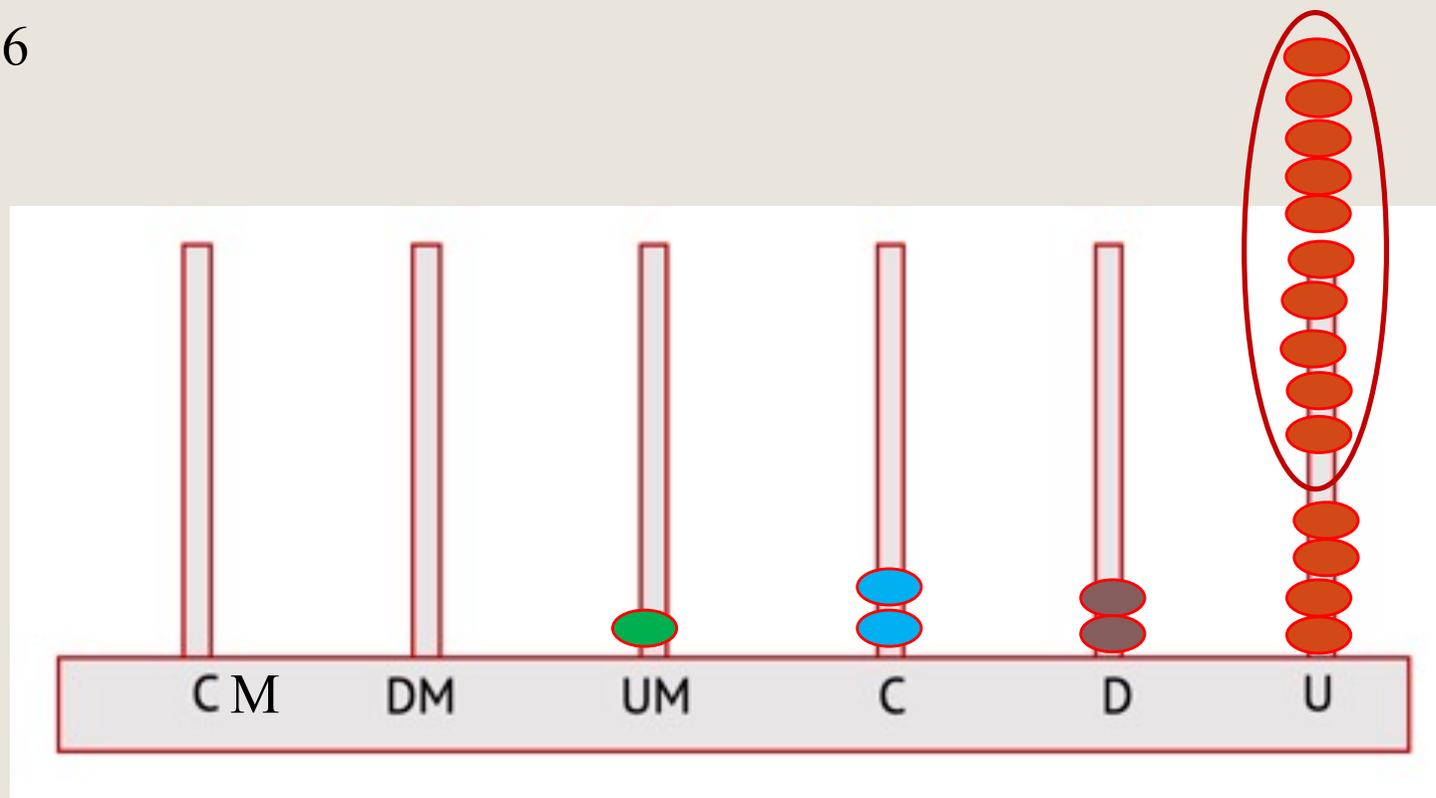
e) $1234 - 16$



Como tirar 6 contas azuis?

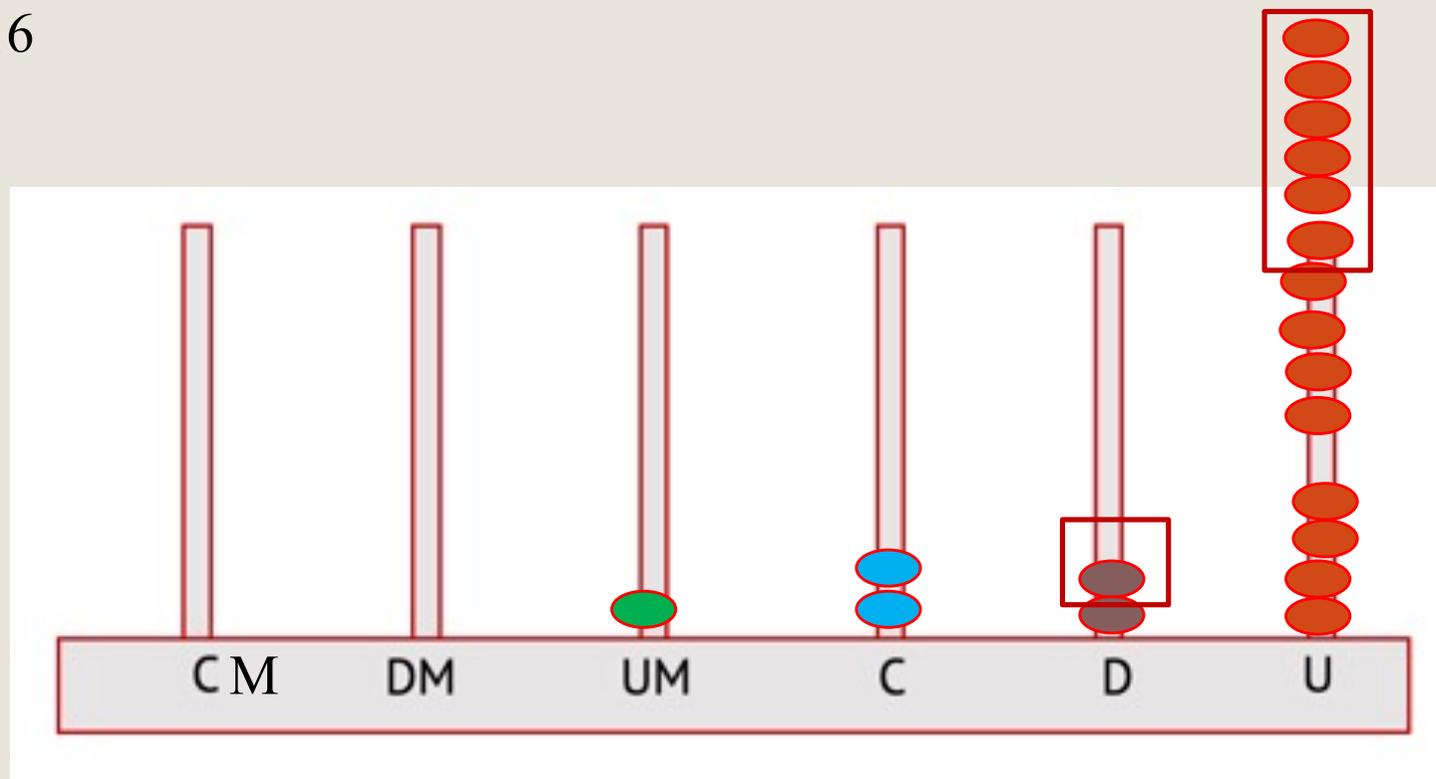
4. Calcule:

e) $1234 - 16$

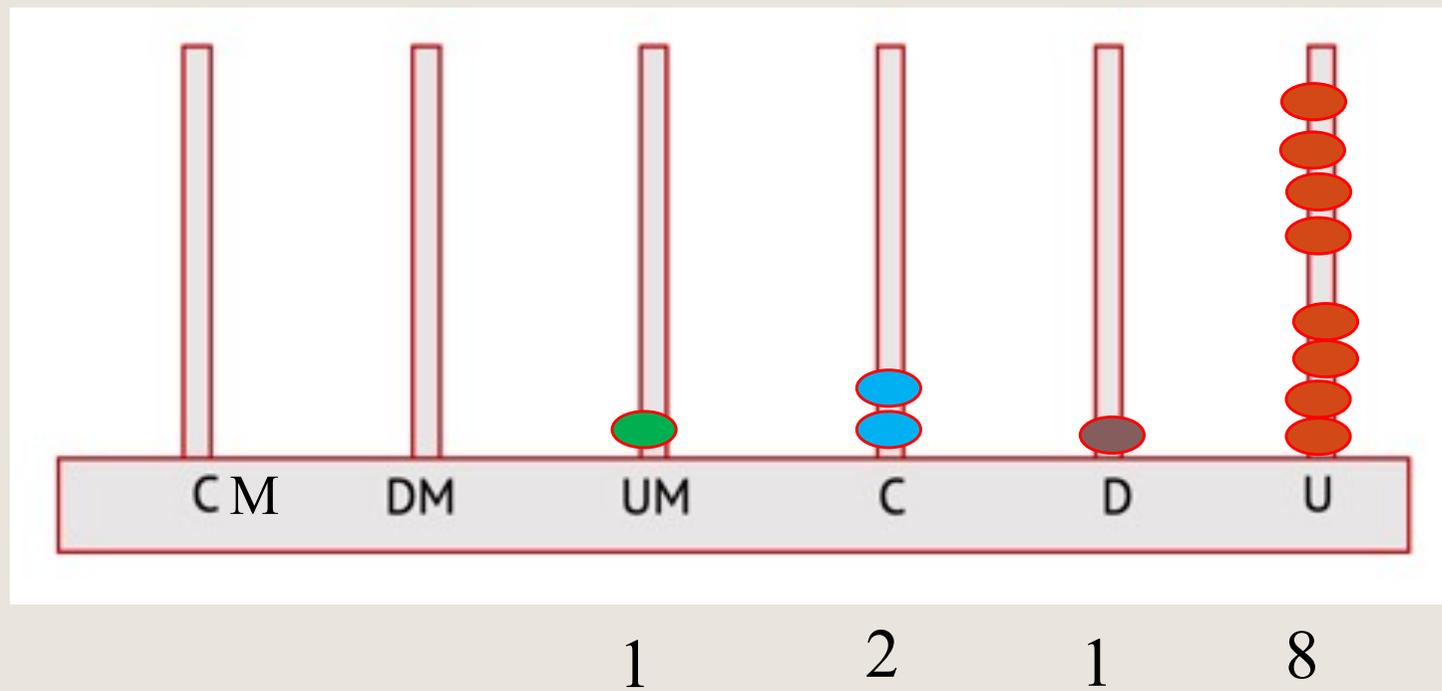


4. Calcule:

e) $1234 - 16$

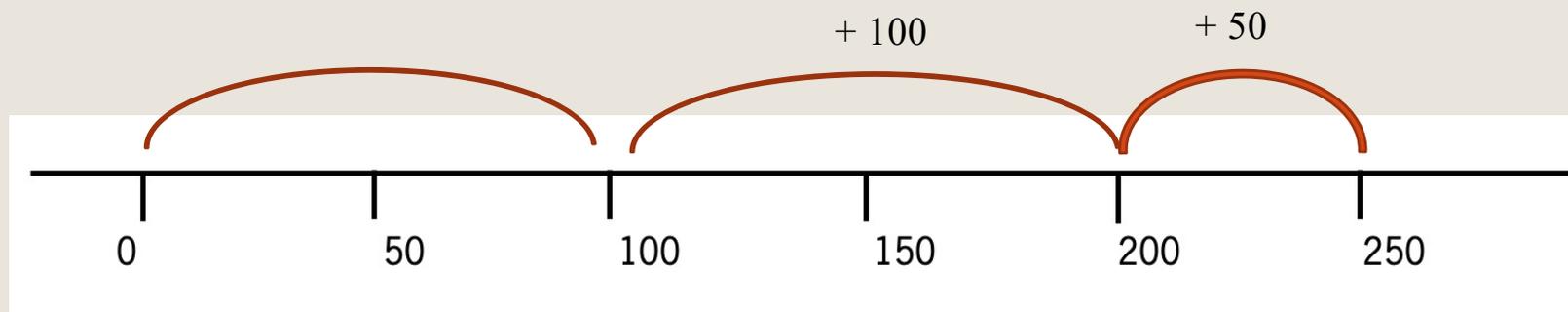


4. Calcule:
e) $1234 - 16$



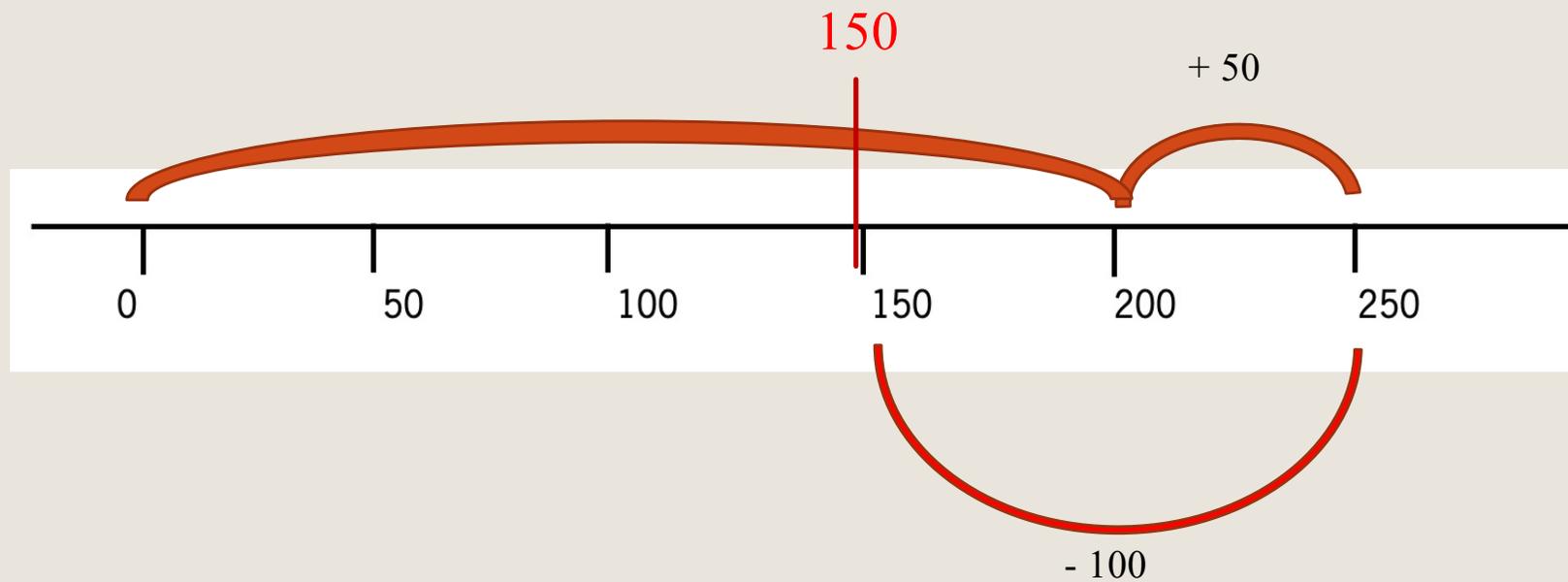
5. Calcule recorrendo à reta

a) $100 + 100 + 50 = 250$



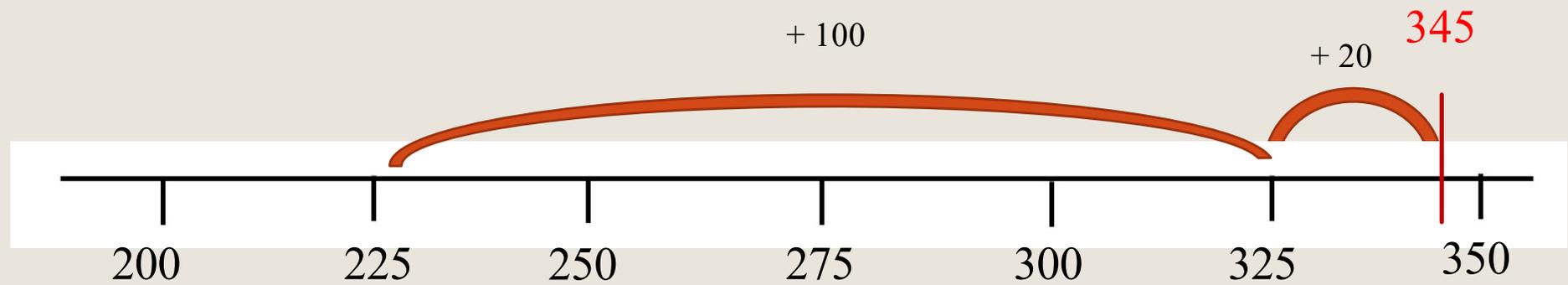
5. Calcule recorrendo à reta

$$\text{b) } 200 + 50 - 100 = 150$$



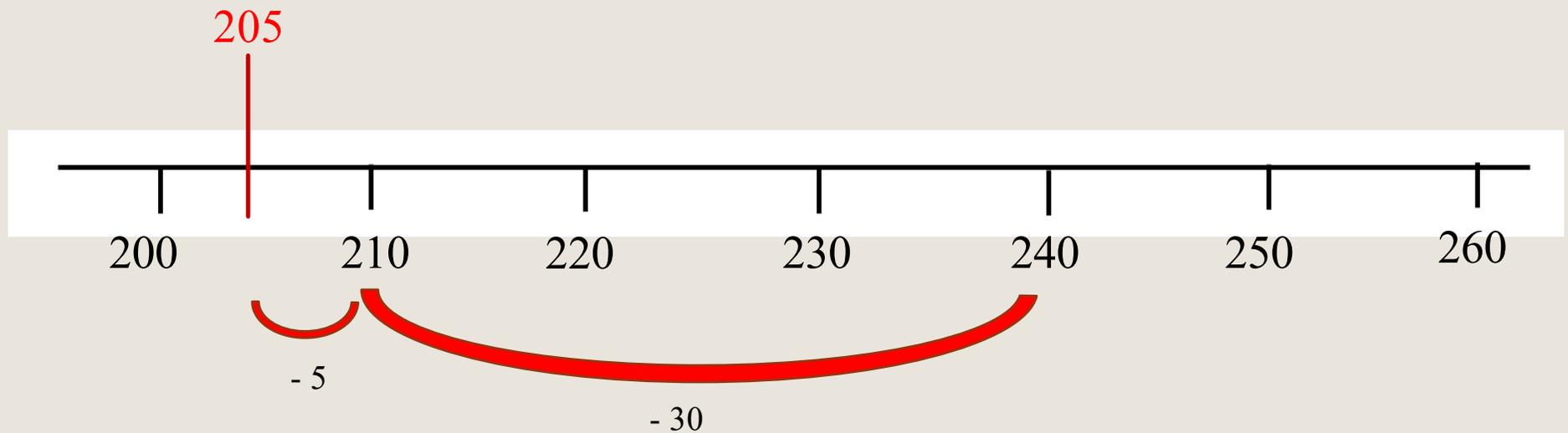
5. Calcule recorrendo à reta

$$c) 225 + 120 = 345$$



5. Calcule recorrendo à reta

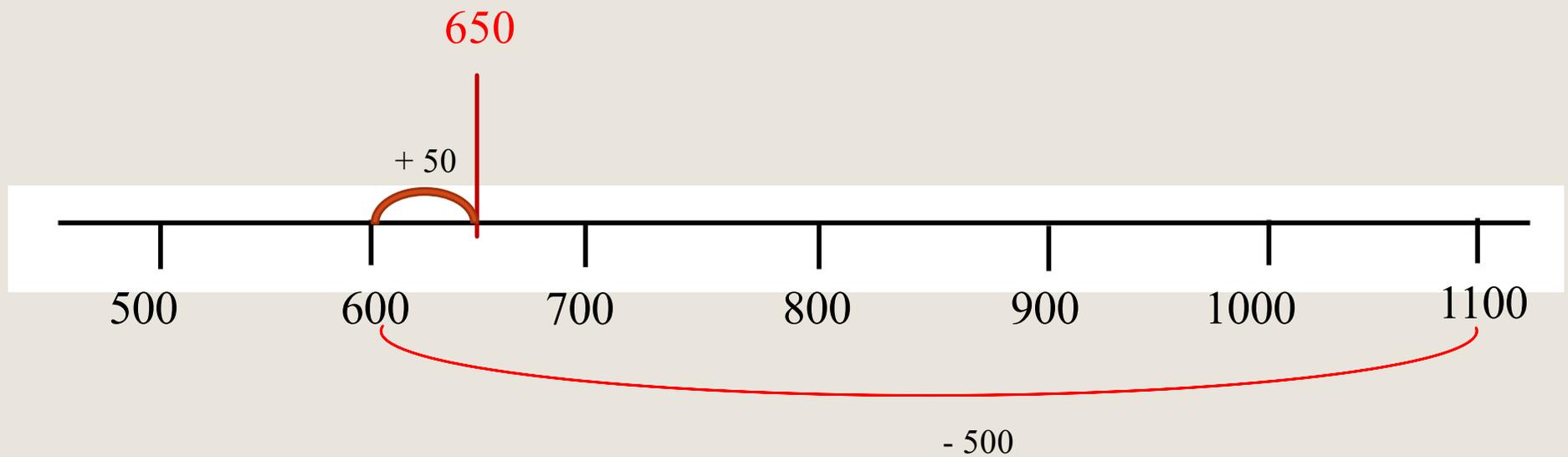
d) $240 - 35 = 205$



5. Calcule recorrendo à reta

Mais dois exemplos!

$$1100 - 500 + 50 = 650$$



5. Calcule recorrendo à reta

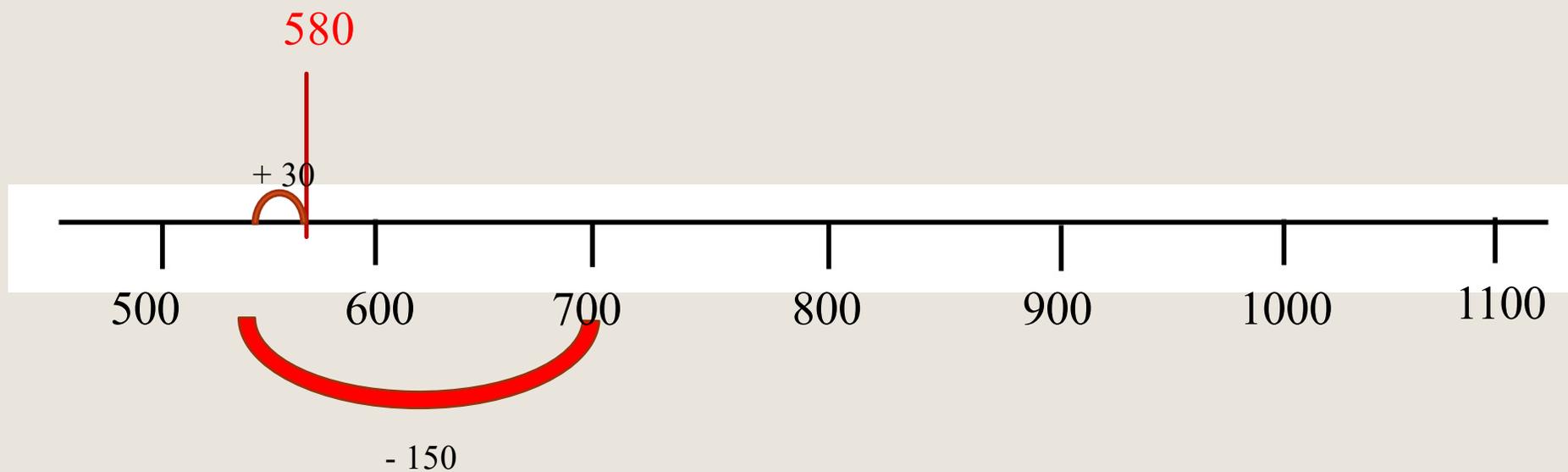
$$700 + 30 - 150 = 580$$

$$700 + 30 = 730$$

$$730 - 100 = 630$$

$$630 - 30 = 600$$

$$600 - 20 = 580$$



Tarefa do relógio e resolução de alguns alunos



A Ana já poupou 28 euros.
Quanto tem de poupar ainda
para conseguir comprar este
relógio?
Explica como fizeste.

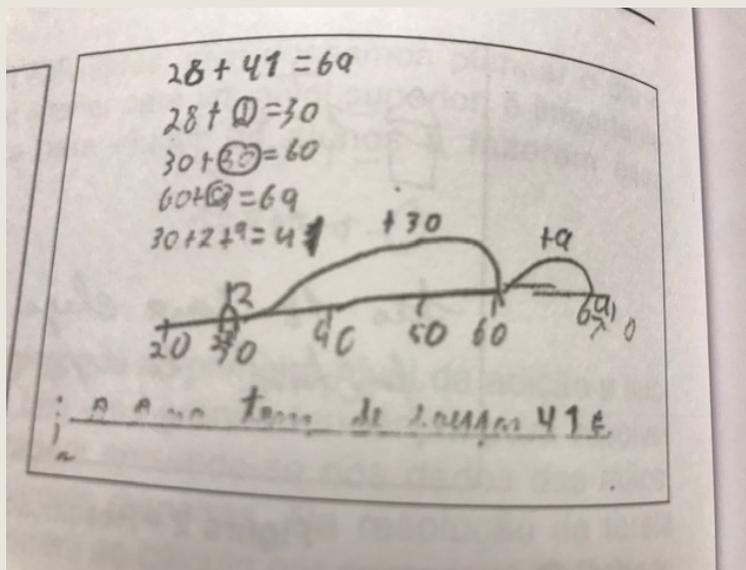
Ou 28 mil Francos CFA

Tarefa do relógio e resolução de alguns alunos



A Ana já poupou 28 euros.
Quanto tem de poupar ainda para
conseguir comprar este relógio?
Explica como fizeste.

Ou 28 mil Francos CFA



Gonçalo

$$28 + 2 + 30 + 9$$

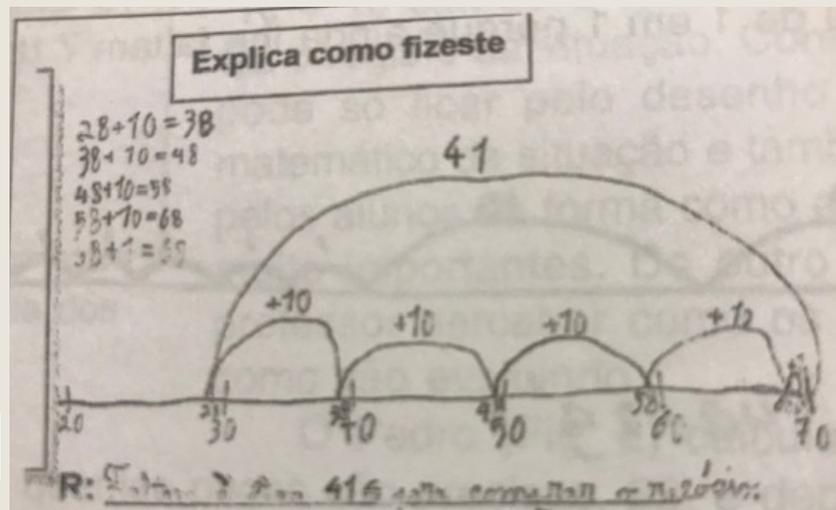
Tarefa do relógio e resolução de alguns alunos



€ 69

A Ana já poupou 28 euros.
Quanto tem de poupar ainda
para conseguir comprar este
relógio?
Explica como fizeste.

Ou 28 mil Francos CFA



Pedro

$28 + 10 + 10 + 10 +$
 1
Saltos de dez

Tarefa do relógio e resolução de alguns alunos

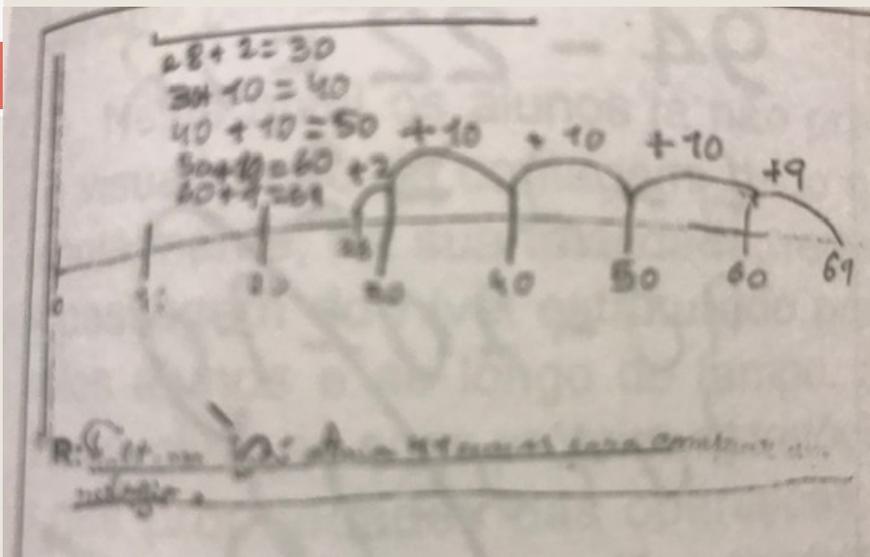


€ 69

Íris

A Ana já poupou 28 euros.
Quanto tem de poupar ainda
para conseguir comprar este
relógio?
Explica como fizeste.

Ou 28 mil Francos CFA



$28 + 2 + 10 + 10 + 10 + 9$
Semelhante ao Gonçalo
mas com saltos de dez

Tarefa do relógio e resolução de alguns alunos

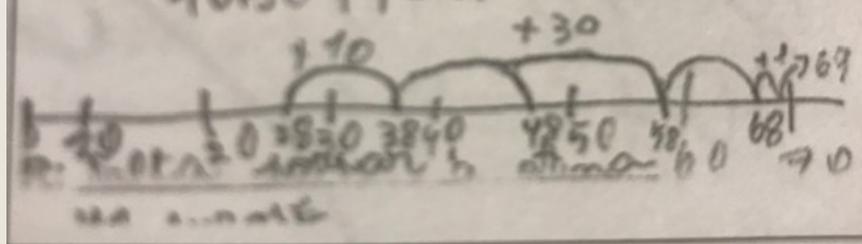


€ 69

A Ana já poupou 28 euros.
Quanto tem de poupar ainda
para conseguir comprar este
relógio?
Explica como fizeste.

Ou 28 mil Francos CFA

Explica como fizeste

$$28 + 41 = 69$$
$$28 + 10 = 38$$
$$38 + 30 = 68$$
$$68 + 1 = 69$$
$$10 + 30 + 1 = 41$$


The number line starts at 28 and has arrows pointing to 38 (labeled +10), 68 (labeled +30), and 69 (labeled +1). Below the line, the numbers 28, 38, 68, and 69 are written, with 69 being the final target.

Sara

$28 + 10 + 30 + 1$
Somou 30 aos 38 e
não aos 28, pode
fazer mais sentido
para a Sara

Tarefa do relógio e resolução de alguns alunos



A Ana já poupou 28 euros.
Quanto tem de poupar ainda
para conseguir comprar este
relógio?
Explica como fizeste.

Ou 28 mil Francos CFA

$$\begin{array}{l} 69 - 28 = 41 \\ 9 - 8 = 1 \\ 60 - 20 = 40 \\ 40 + 1 = 41 \end{array}$$

Catarina

Esta aluna não recorre a um raciocínio linear, nem mesmo à adição. Recorre à subtração usando a estratégia de decomposição do número em dezenas e unidades

Os alunos constroem a sua linha numérica para explicar os raciocínios.

Alguns abreviam — em vez de saltos de 10 em 10 fazem saltos de 30 procurando estratégias mais eficazes e revelam uma maior destreza com os números.

Numa mesma resolução podem surgir diferentes abordagens e se partilhadas vai desenvolvendo as capacidades dos diferentes alunos.

Exemplos:

$$43 + 52$$

$$3+2=5$$

$$40+50=90$$

$$90+5=95$$

$$50+40=90$$

$$90+3=93$$

$$93+2=95$$

$$94-22$$

$$4-2=2$$

$$90-20=70$$

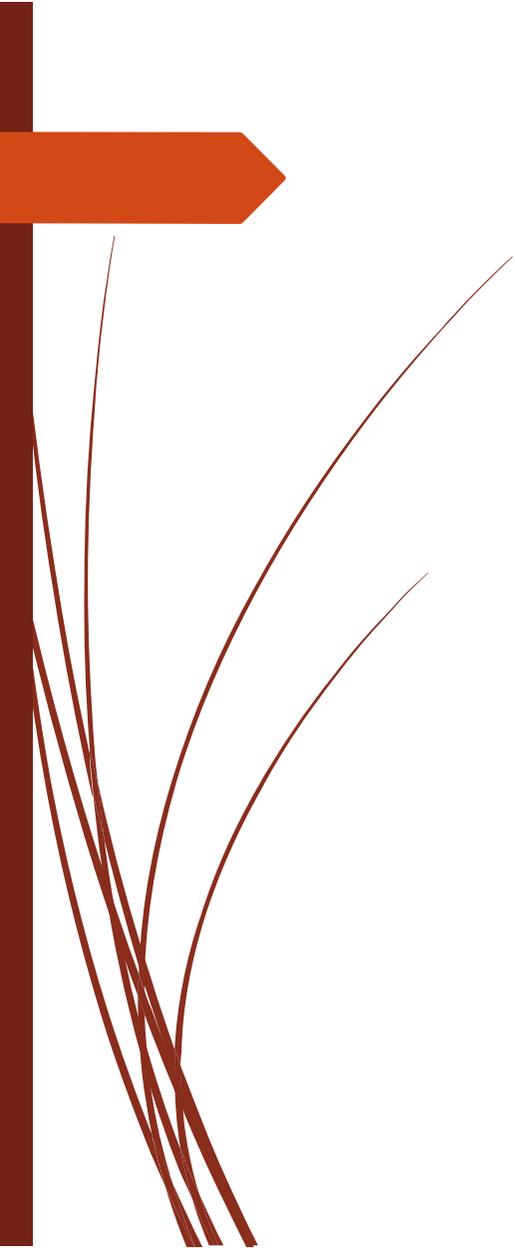
$$70+2=72$$

Esta estratégia pode originar erros quando o algarismo das unidades do aditivo é menor que o do subtrativo

$$94-10=84$$

$$84-10=74$$

$$74-2=72$$



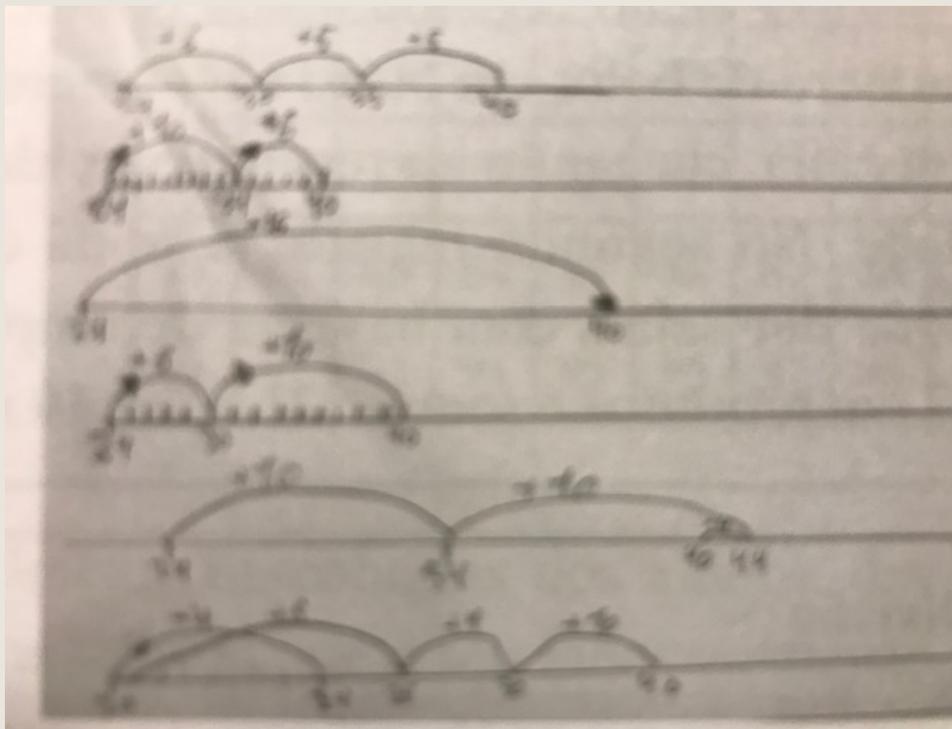
Interpretações da subtração

Exemplos de problemas:

O Rui estava a colocar bombons numa caixa onde cabiam 40.
Já tinha guardado 24. Quantos lhe falta guardar?

COMPLETAR

2º ano



$$+1+5+5+5$$

$$+10+6$$

$$+16$$

$$+6+10$$

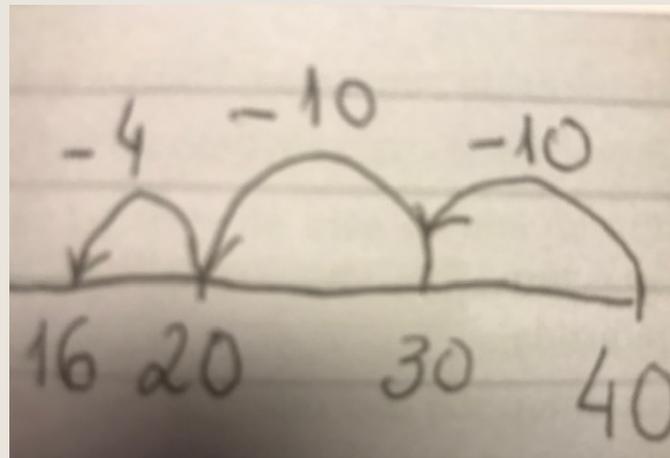
$$+10+10-4$$

$$+10+10-4$$

Exemplos de problemas:

O Rui tinha uma caixa com 40 bombons.
Já comeu 24. Quantos ainda lhe restam?

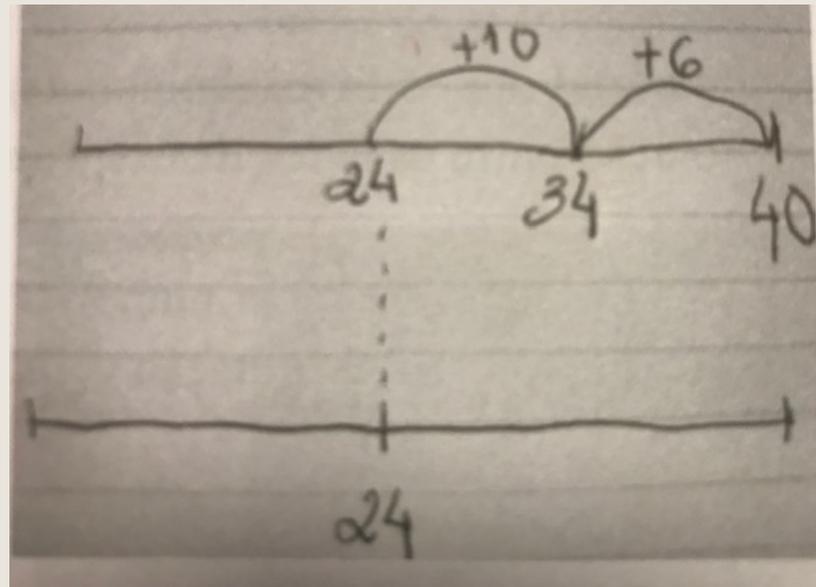
RETIRAR



Exemplos de problemas:

O Rui tinha duas caixas iguais onde cabiam 40 bombons.
Uma estava cheia e a outra já tinha 24.
Quantos bombons tem a mais a caixa cheia?

COMPARAR





Jogo da adição com dados

Considerem o lançamento de dois dados e o produto dos números obtidos.
Se sair par ganha A, se sair ímpar ganha B.

Quem ganha no lançamento de dois dados, considerando o produto deles.
O par ou o ímpar?

Jogo dos dados (adição)

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Quem ganha no lançamento de dois dados, considerando a soma deles.
O par ou o ímpar?

Jogo dos dados

	1	2	3	4	5	6
1	Par		Par		Par	
2		Par		Par		Par
3	Par		Par		Par	
4		Par		Par		Par
5	Par		Par		Par	
6		Par		Par		Par



Tabela dos 100

Tabela dos 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Dar algum tempo para descobrir alguns elementos na tabela. Individualmente ou aos pares.

Algumas descobertas:

Como se passa de uma coluna para outra?

Como se passa de uma coluna para duas a seguir?

O que acontece se passamos para a linha seguinte?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Repara no 25

Que acontece se avançarmos duas colunas?

Que acontece se descermos 3 linhas?

Então como podes encontrar o resultado de $25+13$?

Esta tabela pode ser utilizada para a exploração de padrões e para trabalhar a generalização



Material Cuisenaire

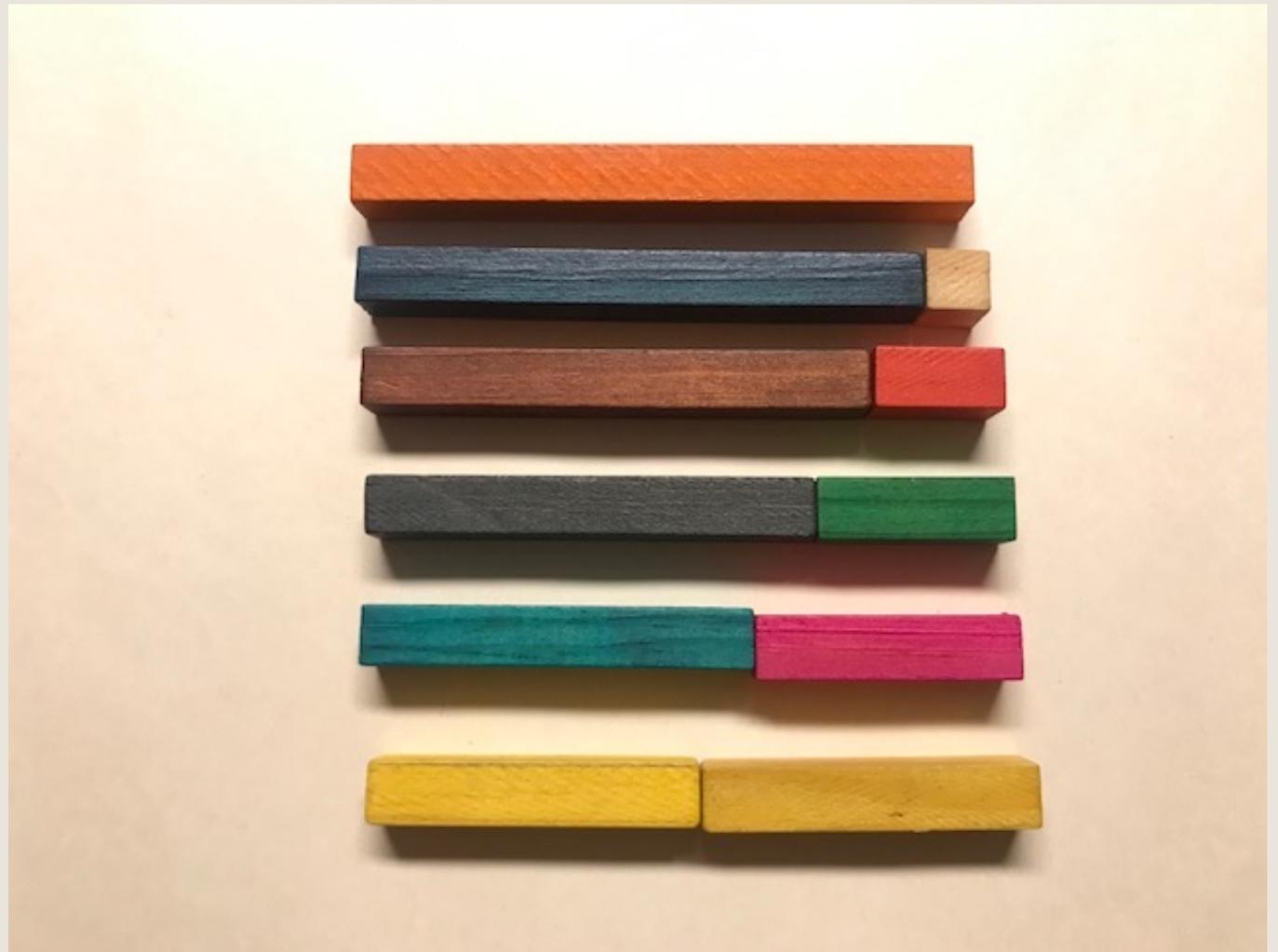
Material Cuisenaire



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Material Cuisenaire

$$\begin{aligned} 10 &= 9 + 1 \\ &= 8 + 2 \\ &= 7 + 3 \\ &= 6 + 4 \\ &= 5 + 5 \end{aligned}$$



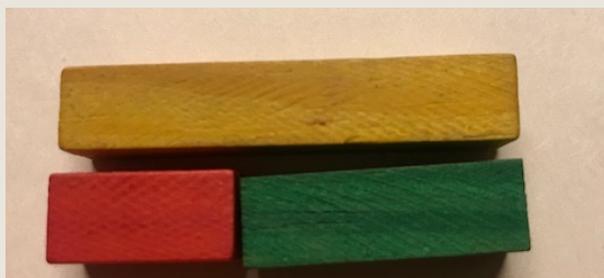
Material Cuisenaire



$$9 = 6 + 3$$

$$9 - 6 = 3$$

Material Cuisenaire



$$5 = 2 + 3$$



$$10 = 5 + 4 + 1$$



$$8 - 7 = 1$$



Qual o lugar do
algoritmos?

Lugar do algoritmo:

antes de trabalhar o algoritmo é preciso que o aluno compreenda e trabalhe os números e operações com materiais e situações diversificadas e desafiantes

Importante para as aulas:

- os alunos envolverem-se em situações desafiantes
- dar importância às situações matemáticas (não às respostas)
- ver processos diferentes (apresentar e discutir)
- encarar o erro como um processo de aprendizagem (aluno e professor)

Algoritmo da adição

$$\begin{array}{r} 325 \\ +123 \\ \hline 448 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 325 \\ +136 \\ \hline 11 \\ 50 \\ +400 \\ \hline 461 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 325 \\ +136 \\ \hline 461 \end{array}$$

Algoritmo da subtração

$$\begin{array}{r} 325 \\ - 123 \\ \hline 202 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 355 \\ - 136 \\ \hline 219 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \text{ } 10 \\ 3\cancel{5}5 \\ - 136 \\ \hline 219 \end{array}$$

$5 - 6 = ?$

5-6 = ?
Pedir
emprestado

$15 - 6 = 9$

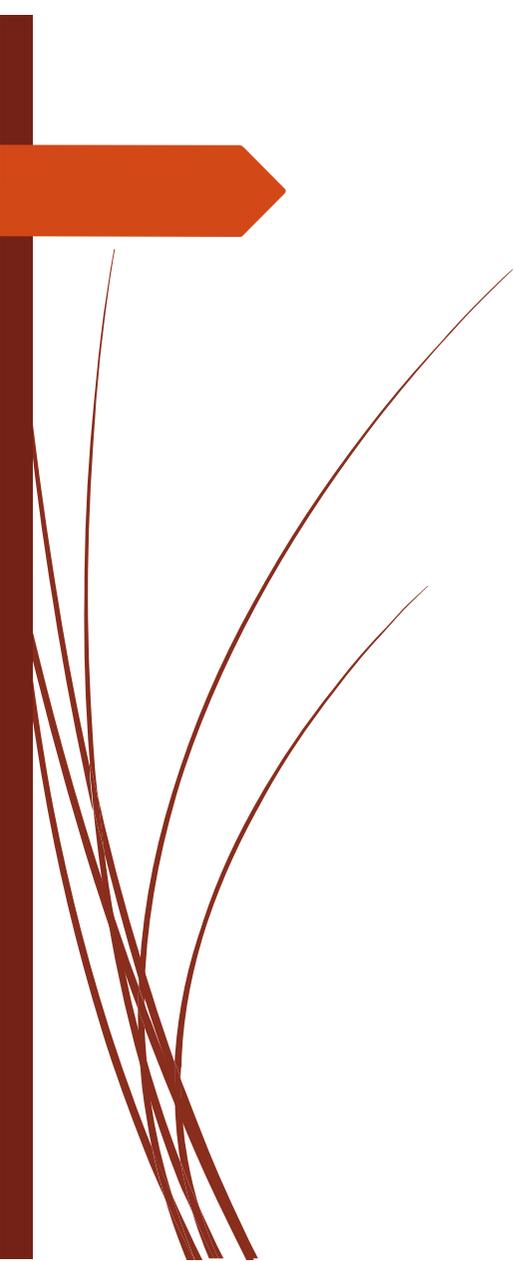
$15 - 6 = 9$

$3 - 1 = 2$

$3 - 1 = 2$

$3 + 1 = 4$ $5 - 4 = 1$

$4 - 3 = 1$



Multiplicação e suas propriedades

Propriedade comutativa da multiplicação

Podemos trocar a ordem dos fatores que o produto é igual

Por exemplo:



$$3 \times 5 = 15$$



$$5 \times 3 = 15$$

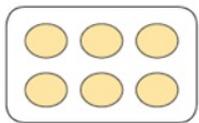
$$a \times b = b \times a \text{ para quaisquer números naturais } a \text{ e } b$$

Propriedade associativa da multiplicação

Podemos associar quaisquer dois fatores que o produto é igual

Por exemplo:

$$(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$$



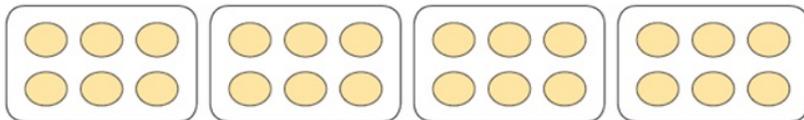
estamos perante 2 x 3 ovos

$$(2 \times 3) \times 4$$

=

$$2 \times (3 \times 4)$$

$$= 24$$



$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) \text{ para quaisquer números naturais } a, b \text{ e } c$$

Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

Multiplicar um número pela soma de duas parcelas dá o mesmo da soma dos produtos desse números por cada uma dessas parcelas.

Assim, por exemplo:

$$4 \times (2 + 3)$$

=

$$4 \times 2$$

+

$$4 \times 3$$

$$= 20$$



$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c \text{ para quaisquer números naturais } a, b \text{ e } c$$

Propriedade da existência do elemento neutro da multiplicação

Qualquer número multiplicado por 1, o produto é igual ao próprio número

Por exemplo:

$$3 \times 1 = 3$$



$$1 \times 4 = 4$$



$a \times 1 = a$ para quaisquer número natural a

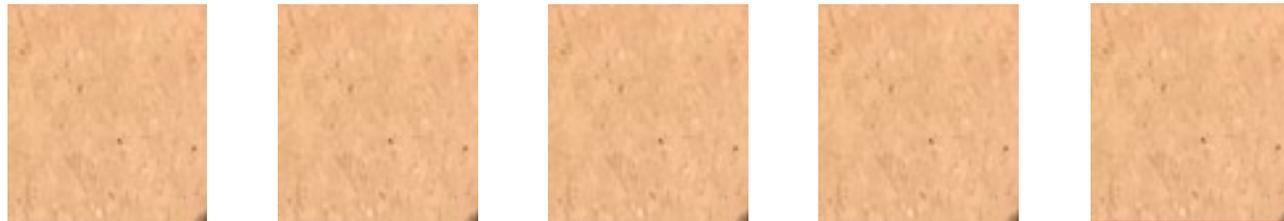
1 é o elemento neutro da multiplicação

Propriedade da existência do elemento absorvente da multiplicação

Qualquer número multiplicado por 0, o produto é igual a 0

Por exemplo:

$$5 \times 0 = 0$$



$a \times 0 = 0$ para qualquer número natural a

0 é o elemento absorvente da multiplicação



Sentido da multiplicação

Sentido aditivo

Repetição de medidas ou quantidades

Sentido proporcional

Fazer grupos, contar por dobros

Por exemplo:

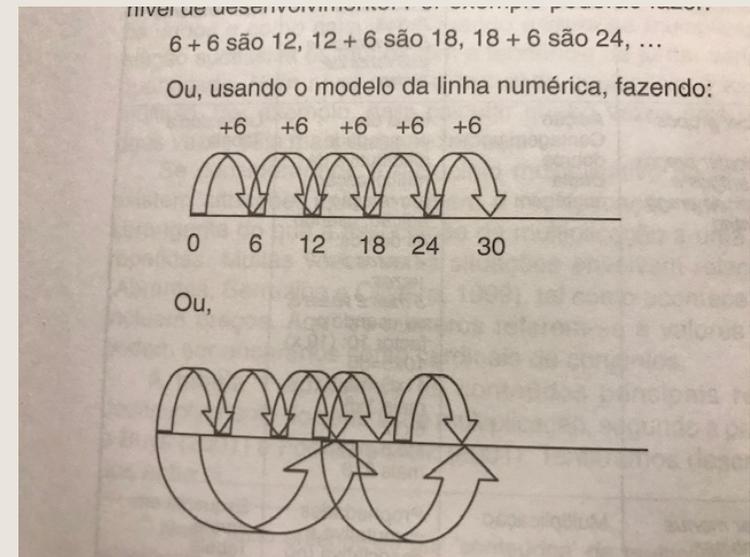
Embalar 30 ovos em caixas de 6

Aditivo

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6$$

Multiplicativo

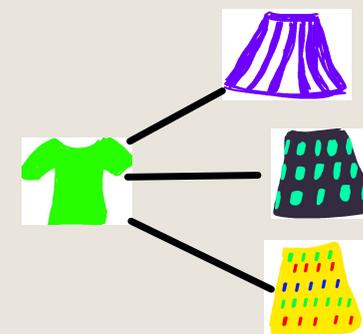
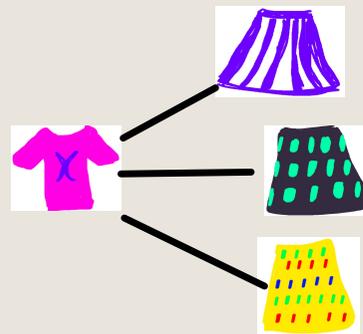
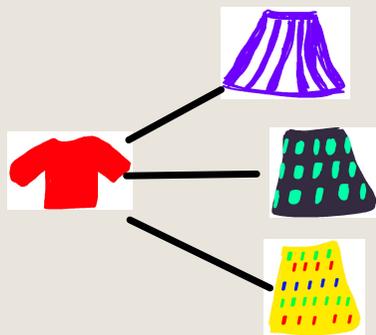
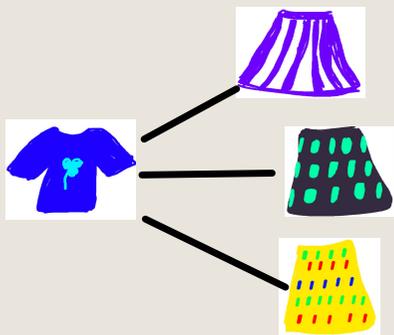
(Mendes & Delgado, 2008)



Sentido combinatório

Fazer menus, combinar vestuário

Por exemplo: Problema 1 — Que vou vestir?



Cálculo por contagem

Adicionar para multiplicar — primeiro nível da multiplicação.

Experiências intuitivas, sem uso explícito da operação

O material Cuisenaire pode ser útil

(Mendes & Delgado, 2008)

Cálculo estruturado

Uso explícito da operação de multiplicação.

A ideia de repetição está associada a esta operação e são utilizadas estruturas adequadas para multiplicar

O material Cuisenaire pode ser útil

(Mendes & Delgado, 2008)

Cálculo formal

Não se trata dos algoritmos!

Produto entre dois números. Recorrendo a produtos conhecidos e às propriedades da multiplicação.

Os alunos já são capazes de pensar num nível puramente numérico.

Exemplo: 12×8

$12 \times 8 = 8 \times 12$ (propriedade comutativa)

$12 = 10 + 2$

$8 \times 12 = 8 \times (10 + 2)$ (propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição)

$8 \times (10 + 2) = 8 \times 10 + 8 \times 2$ (resultados já conhecidos)

Alternativa:

Ou:

$8 \times 12 = 4 \times 24 = 2 \times 48 = 2 \times 40 + 2 \times 8$

$12 \times 8 = 6 \times 16 = 3 \times 32$

(Relação dobro/metade)

Outra alternativa:

$12 \times 8 = (6 + 6) \times 8 = 6 \times 8 + 6 \times 8 = 48 + 48$

(propriedade distributiva e decomposição do 12)

(Mendes & Delgado, 2008)



Jogo da multiplicação com dados

Jogo dos dados (multiplicação)

Agora com a multiplicação.

Quem ganha no lançamento de dois dados, considerando o produto deles.

O par ou o ímpar?

Jogo dos dados (multiplicação)

X	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Agora com a multiplicação, quem ganha no lançamento de dois dados, considerando o produto deles. O par ou o ímpar?

Jogo dos dados (multiplicação)

X	1	2	3	4	5	6
1		Par		Par		Par
2	Par	Par	Par	Par	Par	Par
3		Par		Par		Par
4	Par	Par	Par	Par	Par	Par
5		Par		Par		Par
6	Par	Par	Par	Par	Par	Par

Agora com a multiplicação, quem ganha no lançamento de dois dados, considerando o produto deles. O par ou o ímpar?

Referências e Bibliografia

Documentos mencionados e de suporte

- ▶ Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. DGIDC- ME.
- ▶ Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Org.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Escolar Editora.
- ▶ Greeno, J. (1991). Numer sense as situated in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-217.
- ▶ NCTM (1998). Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar. Coleção de adendas. Anos de escolaridade K-6. NCTM & APM
- ▶ Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos: Tarefas e desafios para a sala de aula*. Educação Hoje.
- ▶ Serrazina, L. (2007) (Coord.). *Ensinar e aprender Matemática no 1º Ciclo*. Texto Editores.
- ▶ Tavares, D. , Pinto, H., Menino, H., Rocha, I., Rodrigues, M., Rainho, N., Cadima, R., & Costa, R. (2019). *Desafios Matemáticos: 20 anos de problemas para os primeiros anos*. ESECS, Instituto Politécnico de Leiria.