DÁ E

RECEB

ENSINAR É DAR E RECEBER PARA SEMPRE

Matemática

Geometria e sentido espacial

República da Guiné-Bissau
Ministério da Educação, Ensino Superior e Investigação Científica

INDE
Instituto Nacional para o Desenvolvimento da Educação
Rua Dr. Hermann Gmeiner, Bairro Missira, 2º Piso, C.P. 432 – Bissau – Codex
Telefone: 20 45 22 – Telefax: 20 45 34 • [illegible]

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

Este módulo de formação tem como destinatários professores do 1.º ciclo e visa dotar estes de competências científicas e pedagógicas que lhes permitam abordar o tema Geometria tal como previsto nos programas de Matemática, do 1º ciclo, que foram desenvolvidos no âmbito do RECEB.

O módulo está organizado em 3 partes, cada uma delas correspondente a um tema: Visualização e orientação espacial; Figuras geométricas planas e suas propriedades; O plano e o espaço.

Cada um dos temas inicia-se com uma apresentação científica do mesmo, destinada, numa primeira fase, ao formador, seguida de um conjunto de atividades a utilizar pelo formador na formação, e termina com orientações para a implementação da formação. Estas últimas procuram atribuir um papel ativo ao formando, de modo a que ele possa tomar consciência e desenvolver as suas próprias ideias sobre o assunto em causa.

Quadro 1 - Estrutura geral do módulo

Designação do Módulo	**Geometria e sentido espacial**
Destinatários	Professores do 1.° Ciclo
Duração (horas)	15 horas
Número de formandos	20 formandos
Objetivo do Módulo	Atualizar os conhecimentos dos professores do 1.° Ciclo no domínio da Geometria
Conteúdos	1 - Visualização e orientação espacial 2 - Figuras geométricas planas e suas propriedades 3 - O plano e o espaço
Resultados esperados	- Domínio de conteúdos básicos de Geometria - Recurso adequado à visualização espacial - Utilização de estratégias pedagógicas facilitadoras da visualização espacial

Metodologia de formação	Realização de atividades práticas pelos formandos, centradas em atividades disponibilizadas para cada tema, seguida de exploração das suas respostas com vista à: - identificação e superação de dificuldades concetuais; - tomada de consciência sobre dificuldades que será provável encontrar em alunos do 1° ciclo; - identificação de estratégias capazes de prevenir e/ou de ajudar os alunos a superar dificuldades de aprendizagem de conteúdos do âmbito da Geometria.
Materiais de apoio à formação	- Enunciados das Atividades - Conjuntos de sólidos geométricos - Geoplanos - Tangrans - Triângulos retângulos e cubos em cartão/cartolina - Apresentação em PowerPoint - Projetor multimédia

JUSTIFICAÇÃO E ORIENTAÇÃO DO MÓDULO

Ao longo desta formação são abordados temas propícios ao desenvolvimento do sentido espacial por parte do aluno. A observação do mundo que nos rodeia leva-nos à descoberta de padrões, formas e movimentos o que permite o desenvolvimento da capacidade espacial. As crianças são naturalmente curiosas e atentas ao que as rodeia, cabendo ao professor aproveitar essas suas apetências naturais, desafiando-as e proporcionando-lhes situações diversificadas e desafiantes que potenciem o desenvolvimento das suas capacidades.

Ao nível do ensino básico, o Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos (National Council of Teachers of Mathematics) propõe um conjunto de orientações a considerar no ensino da matemática, o qual inclui: usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas; analisar caraterísticas e propriedades das formas geométricas, a duas e a três dimensões, e desenvolver argumentos matemáticos sobre as relações geométricas; especificar as posições e descrever relações espaciais, usando sistemas de coordenadas e outros sistemas de representação; aplicar transformações e usar a simetria para analisar situações matemáticas (NCTM, 2000).

As crianças precisam de ser encorajadas a descrever o que veem, a explicar os seus raciocínios e a justificar as suas opções. Os materiais manipuláveis utilizados pelas próprias crianças ajudam-nas a raciocinar e a explicar a forma como pensam. Apesar de a observação ser natural no ser humano, nem sempre as conclusões que se tiram a partir da observação são válidas. Daí a importância da escolha de atividades apropriadas e diversificadas, em que os alunos tenham oportunidade de conjeturar e validar ou refutar as suas conjeturas.

Para a aprendizagem da geometria é essencial que as crianças passem por diferentes etapas: a vivências de situações com o próprio corpo, que devem constituir as primeiras atividades a desenvolver; o uso de materiais manipuláveis; a representação pictórica das experiências e descobertas realizadas. Note-se que relativamente a este último aspeto não se trata da resolução de fichas, mas do uso do desenho para que as crianças representem os processos e os seus raciocínios sobre eles. Estas diferentes etapas contribuem para uma preparação sólida que as ajuda a chegar progressivamente à abstração matemática.

As crianças precisam de explorar os conceitos geométricos informalmente e recorrendo muito à intuição. A manipulação de objetos permite a descoberta de propriedades. A construção de objetos que representem figuras de duas e três dimensões ajuda a identificar as caraterísticas específicas e as relações entre diferentes figuras.

Neste contexto, os temas abordados ao longo da formação são os seguintes:

1. Visualização e orientação espacial

2. Figuras geométricas planas e suas propriedades

3. O plano e o espaço

A abordagem de cada tema segue uma estrutura semelhante: i) fundamentação, na qual se apresenta o tema e a sua importância; ii) atividades, onde se descrevem as atividades a realizar durante a formação; iii) metodologia, onde se sugerem algumas possíveis abordagens para essas atividades.

As atividades propostas devem ser desenvolvidas com os professores no âmbito da formação, recorrendo a uma metodologia semelhante à que os formandos poderão, posteriormente, utilizar com os seus alunos, em sala de aula. Assim, propõe-se que os professores trabalhem preferencialmente em grupo

as diferentes atividades aproveitando a oportunidade para confrontarem diferentes opiniões. No final, o formador pode pedir a um dos grupos que apresente como pensaram e, no caso de outro grupo ter tirado uma conclusão diferente ou seguido um caminho distinto, pode convidar um dos seus elementos para partilhar também com o grande grupo. Quando o professor se coloca no lugar do aluno, a resolver as atividades e a ouvir os colegas a descreverem os seus processos e pensamentos, tem oportunidade de antecipar as dificuldades que os alunos poderão experimentar, bem como de tomar contacto com os diferentes processos de resolução que poderão seguir. Por esta razão, o formador deverá trabalhar com os formandos de forma semelhante àquela que se recomenda que os professores venham a adotar com os seus alunos. Naturalmente que o tempo a utilizar em ambos os casos para a resolução de uma dada atividade será diferente, sendo previsivelmente maior no caso dos alunos. Por isso, o conjunto de atividades propostas nesta formação é superior ao que se esperaria que uma criança fizesse em sala de aula no mesmo tempo.

Os grupos de trabalho devem ser solicitados a fazer registos escritos dos resultados/respostas às atividades realizadas, a fim de fomentar a sistematização de ideias e de modo a obter evidencias do trabalho realizado por cada grupo. Caso seja considerado adequado, esses registos poderão constituir um dos elementos a considerar no desempenho dos formandos.

Após a formação, o módulo pode ser disponibilizado aos formandos, para que estes possam consolidar algumas ideias e dispor do material de suporte à sua ação docente.

1. VISUALIZAÇÃO E ORIENTAÇÃO ESPACIAL

Fundamentação

O que entendemos por visualização espacial?

A visualização corresponde ao conjunto de capacidades necessárias para observar, interpretar, analisar e comunicar informação visual sobre objetos. A visualização requer a capacidade de construção de uma imagem mental do objeto segundo diferentes perspetivas. Ruiz e Lupiáñez (2016) apontam algumas capacidades fundamentais para o desenvolvimento da visualização espacial são: **i)** identificação visual; **ii)** extensão visual; **iii)** discriminação visual; **iv)** perceção das relações espaciais. Estas capacidades podem ser definidas do seguinte modo:

i) identificação visual - capacidade de reconhecer figuras geométricas em diferentes situações (por exemplo, contar o número de quadrados presentes numa figura).

ii) extensão visual - capacidade de perceber uma figura que não se consegue ver totalmente (por exemplo, quantos cubos existem numa construção).

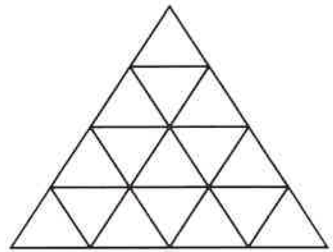
iii) discriminação visual - capacidade de comparar e diferenciar vários objetos, de acordo com as suas semelhanças e diferenças.

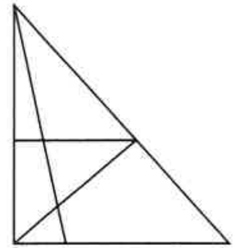
iv) perceção das relações espaciais - capacidade de identificar caraterísticas e propriedades básicas de um objeto espacial.

Atividades

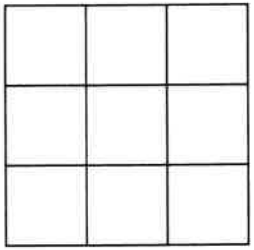
Atividade 1.1. Contagem e procura de figuras

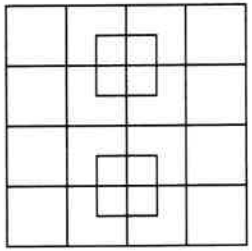
A. Quantos triângulos tem cada figura?

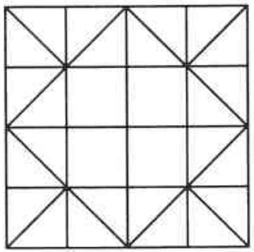
a) 

b) 

B. Quantos quadrados tem cada figura?

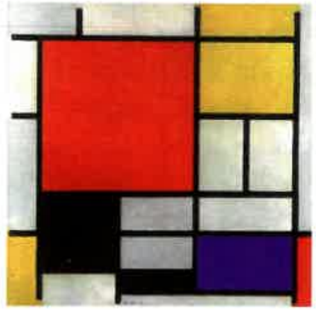
a) 

b) 

c) 

Atividade 1.2. À procura de polígonos

Que figuras geométricas se encontram em cada imagem?

a) 

"Composição com vermelho, amarelo e azul"

(Piet Mondrian, 1935-1942)

b) 

"A gare "

(Tarsila do Amaral, 1924)

Atividade 1.3. Construção de quadrados e triângulos no geoplano

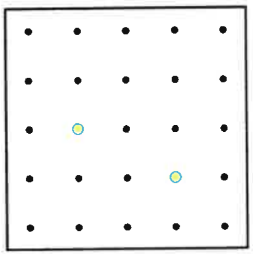
a) Quantos quadrados distintos é possível construir no geoplano?

b) É possível construir um quadrado em que os pontos assinalados sejam vértices consecutivos do quadrado?

c) É possível construir um quadrado em que os pontos assinalados sejam vértices opostos do quadrado?

d) Quantos triângulos distintos é possível construir no geoplano?

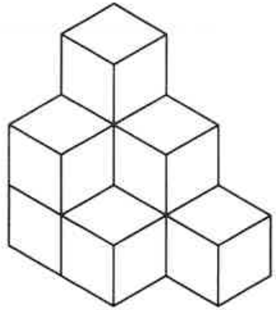
e) É possível construir um triângulo equilátero? Porquê?



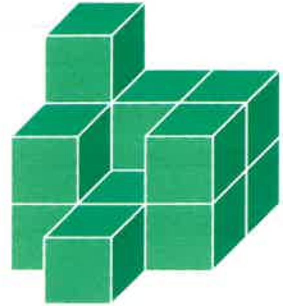
Atividade 1.4. Contagem de cubos

Quantos cubos tem cada construção?

a)

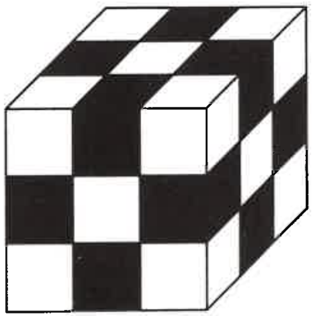


b)



Atividade 1.5. Cubo

Considere o cubo representado na figura o qual é composto por um conjunto de cubos mais pequenos. Sabendo que cada cubo está pintado de preto ou de branco e que cubos adjacentes têm cores diferentes, responda às seguintes questões:



a) Qual o número de cubos pretos?

b) Qual o número de cubos brancos?

c) Qual a cor do cubo central?

d) Qual o número de cubos com 3 faces exteriores (i.e. sobre as faces do cubo grande)?

e) Qual o número de cubos com duas faces exteriores?

f) Qual o número de cubos com uma face exterior?

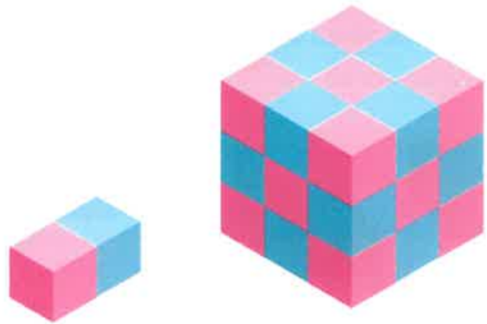
g) Qual o número de cubos com zero faces exteriores?

Atividade 1.6. Novo cubo

O cubo grande representado na figura ao lado foi construído com 13 pares de cubos colados e mais um cubo. Sabendo que todas as faces são idênticas, responda às seguintes questões:

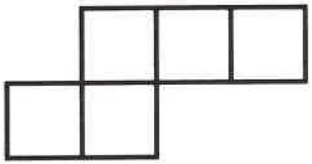
a) Qual a cor que deve ter o cubo utilizado isoladamente?

b) Qual será a sua posição no cubo grande?



Atividade 1.7. Construção de pentaminós

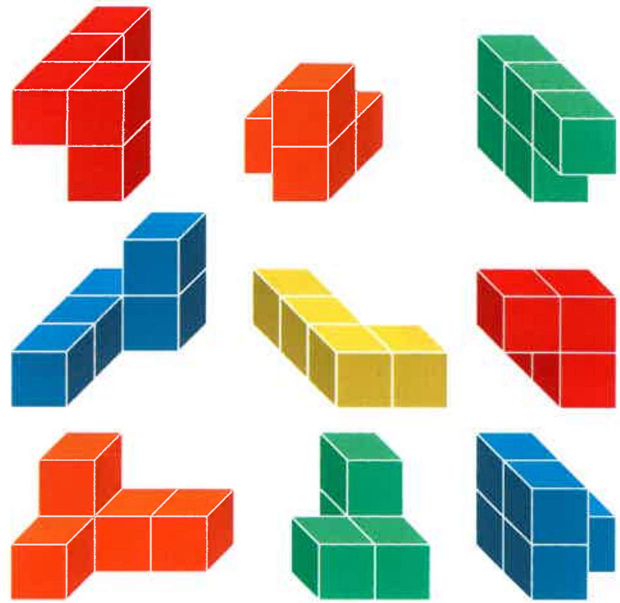
Um pentaminó é uma figura geométrica composta por cinco quadrados congruentes unidos pelos lados. Por exemplo:

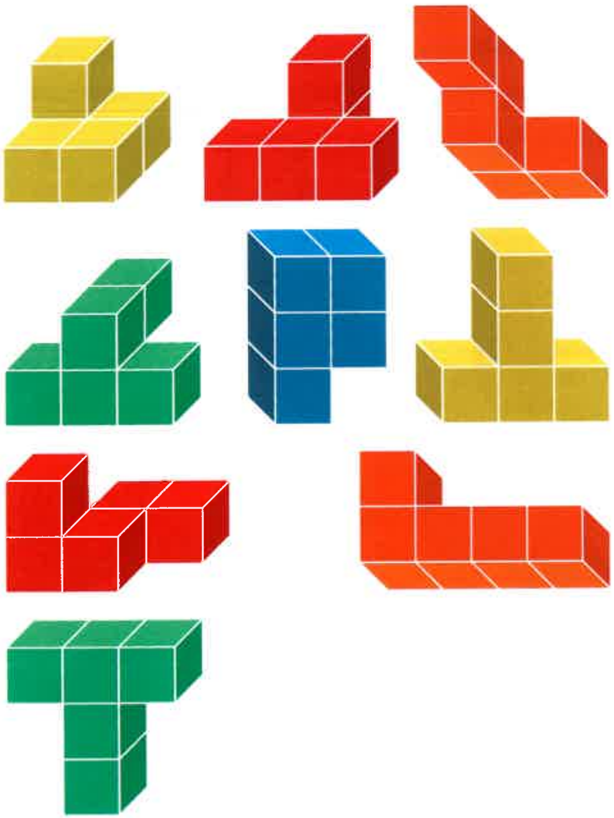


Faça um esboço de todos os pentaminós que é possível obter.

Atividade 1.8. Comparação de construções

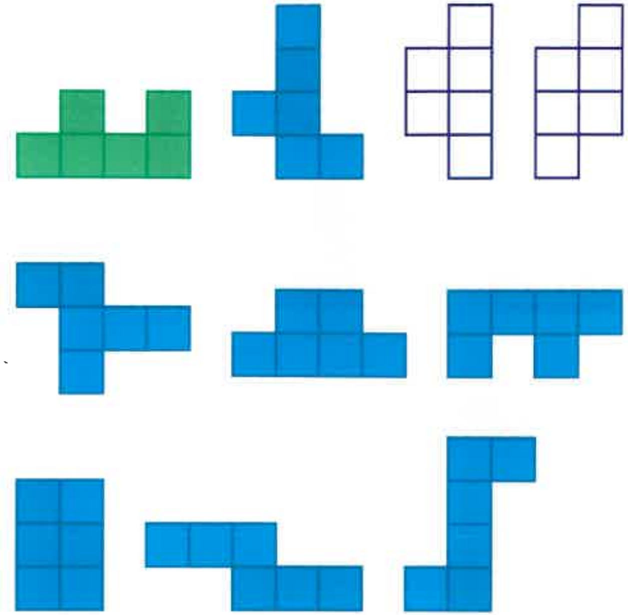
Considerando as figuras que se seguem, todas construídas com cubos geometricamente iguais, quais as que representam o mesmo tetracubo ou pentacubo (construções obtidas com quatro ou cinco cubos, respetivamente)?

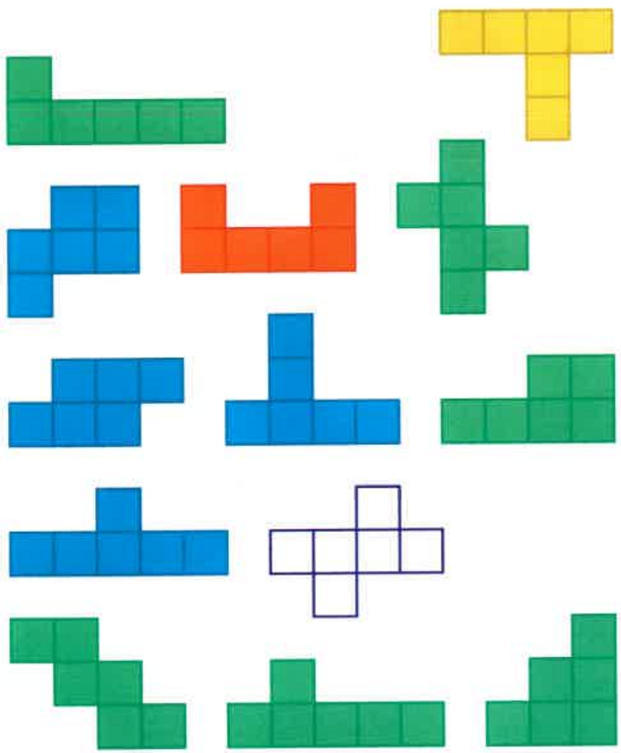




Atividade 1.9. Hexaminós

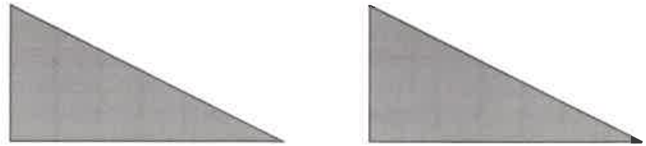
Será que entre estas imagens existem hexaminós que se repetem?





Atividade 1.10. Composição e decomposição

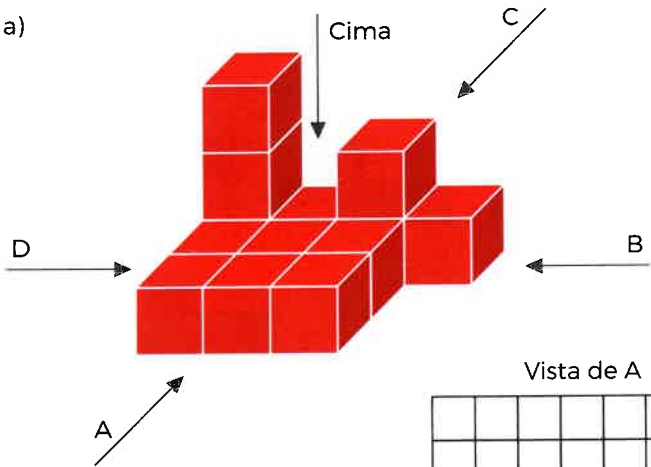
A partir dos dois triângulos representados a seguir, que figuras consegue obter juntando lados com a mesma medida?



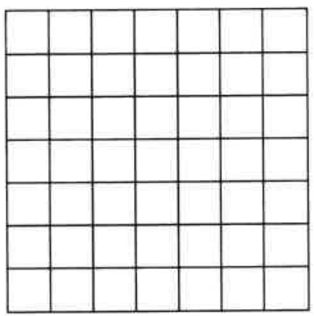
Atividade 1.11. Vistas de objetos

Considere as construções com cubos apresentadas abaixo. Para a construção representada em a) desenhe as vistas indicadas nas grelhas quadriculadas correspondentes. Para os casos b) e c) proceda do mesmo modo, desenhando as grelhas e considerando as mesmas vistas indicadas em a).

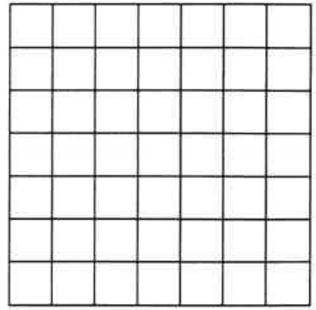
a)



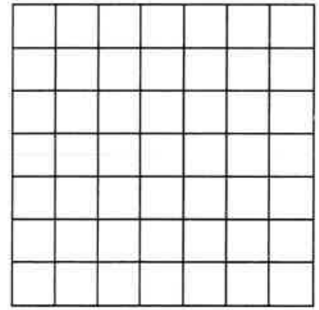
Vista de A



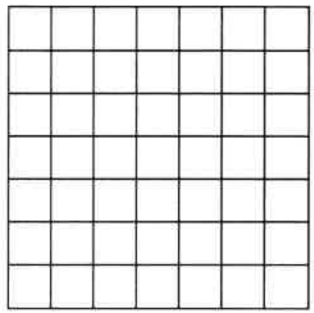
Vista de B



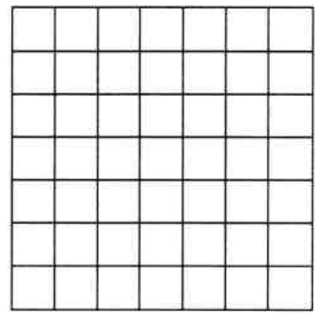
Vista de C



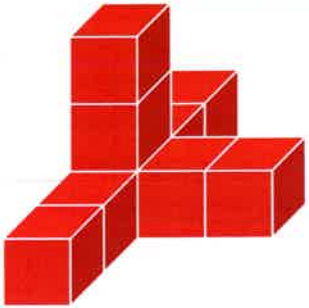
Vista de D



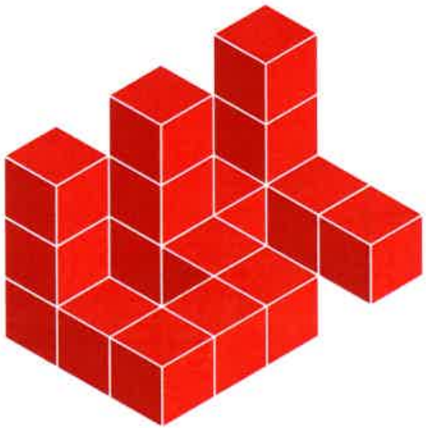
Vista de Cima



b)



c)



Metodologia de trabalho

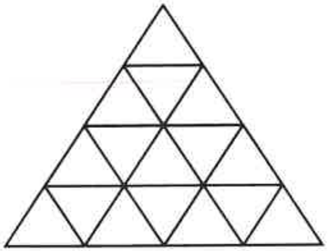
Sugere-se que, após uma breve apresentação da importância do tema, se proponha aos formandos a realização das diferentes atividades, devendo as resoluções efetuadas pelos mesmos ser analisadas e discutidas, prestando especial atenção a eventuais dificuldades surgidas, com o objetivo de identificar e ajudar a superar as causas das mesmas. As atividades propostas desenvolvem o sentido espacial, contemplando as diferentes capacidades referidas acima.

— Identificação visual

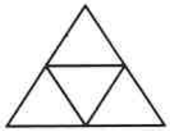
Relativamente à capacidade de identificação visual, propõe-se aqui a exploração e discussão das **atividades** 1.1., 1.2. e 1.3..

O reconhecimento das figuras na **atividade 1.1.** pode ser realizada seguindo diferentes estratégias. Por exemplo, no caso de A. a) pode-se contar o número de quadrados por tamanhos.

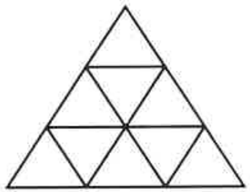
16 triângulos pequenos



1 triângulo - total



7 triângulos médios



3 triângulos maiores

16 + 7 + 3 + 1= 27 triângulos no total

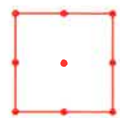
Outras possibilidades de identificação de figuras em contextos mais elaborados são essenciais para o desenvolvimento do sentido espacial, pelo que se apresentam alguns exemplos mais elaborados, como no caso de A. b) e B. b) e B. c).

Na **atividade 1.2.** propõe-se a observação de dois quadros e a identificação de figuras geométricas neles presentes. Dependendo da idade dos alunos e dos conceitos previamente trabalhados, podem ser exploradas mais ou menos figuras geométricas. No caso do quadro de Mondrian encontram-se apenas retângulos, alguns dos quais são mesmo quadrados; no caso do quadro de Tarsila do Amaral a variedade de figuras geométricas é bastante maior e a complexidade da imagem também.

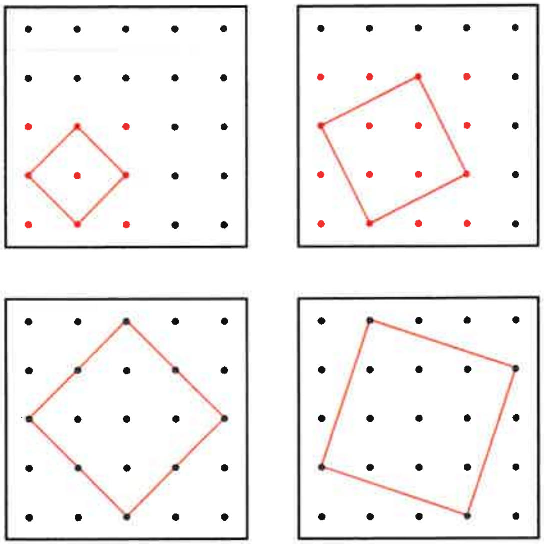
As imagens apresentadas nesta atividade constituem apenas exemplos; outras imagens podem ser utilizadas.

Na **atividade 1.3.** é sugerido que os formandos representem imagens no geoplano.

Na alínea a) são pedidos os diferentes quadrados. Em situação de aula, pode acontecer que o aluno considere apenas aqueles que têm os lados paralelos aos extremos do geoplano: 1x1, 2x2, 3x3, 4x4, como o que está representado na figura (quadrado 2x2).

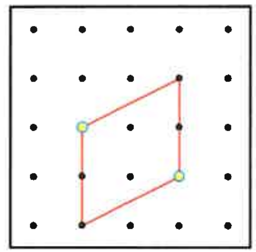


No entanto, outras soluções são possíveis, como se pode ver nas figuras seguintes:

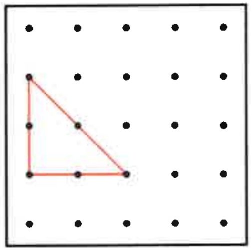


Na alínea b) é pedido que se construa um quadrado em que os dois pontos assinalados sejam vértices consecutivos. A solução está representada entre as imagens anteriores.

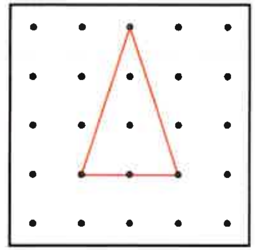
No caso da alínea c), em que se pede um quadrado em que os pontos sejam vértices opostos, claramente não é possível encontrar um ponto equidistante dos dois pontos assinalados. Conseguimos construir um paralelogramo (ver figura que se segue) em que os pontos assinalados sejam opostos, mas não é possível construir um quadrado nem mesmo um losango.



No caso da alínea d), em que é pedido que se indique triângulos distintos que é possível construir no geoplano, importa que a análise seja sistemática percorrendo dentro de cada tipo de triângulo as diferentes dimensões. Por exemplo, alguns são triângulos isósceles e simultaneamente triângulos retângulos. O triângulo apresentado na figura é exemplo disso mesmo.



Também é possível construir triângulos isósceles que não sejam retângulos, como é o caso da figura seguinte.



Na alínea e) sobre se é possível construir um triângulo equilátero e porquê, é importante que os formandos consigam perceber a impossibilidade de construir um triângulo com os lados e ângulos todos iguais. Como se verifica a tendência para considerarem que a distância entre dois pregos consecutivos de um geoplano é sempre igual, esta atividade pode ajudar a combater essa ideia. A distância entre dois pregos consecutivos na vertical ou na horizontal é sempre a mesma, mas na diagonal a distância é maior.

Nota: Pelo teorema de Pitágoras podemos concluir que se temos dois catetos unitários a diagonal do quadrado, ou seja a hipotenusa, será igual a $\sqrt{2}$. Sabemos que $\sqrt{2} > 1$.

— Extensão visual

Relativamente à extensão visual, propõem-se as **atividades 1.4.**, **1.5.** e **1.6.**.

Logo na atividade **1.4.**, propõe-se um olhar para as figuras e procurar ver para além do que está desenhado.

Na concretização desta atividade sugere-se que os formandos comecem por olhar para a figura e que contem os cubos, mesmo que sintam dificuldade. Segue-se o pedido de uma explicação da forma como pensaram e como procederam para a contagem. Posteriormente, podem confirmar as respostas dadas realizando a sua montagem com materiais. No caso de não disporem de cubos em número suficiente, podem fazer a montagem, por exemplo, com pacotes de sumo ou de leite, que têm a forma de um paralelepípedo.

A utilização regular de materiais ajuda a compreender melhor as imagens e facilita a realização, bem-sucedida, da atividade.

Na **atividade 1.5.**, pede-se para pensar num cubo composto por cubos mais pequenos, uns pretos e outros brancos. A montagem contem 13 cubos pretos e 14 brancos. O cubo central é preto. O número de cubos pequenos com 3 faces exteriores é 8, correspondente ao número de vértices do cubo grande;

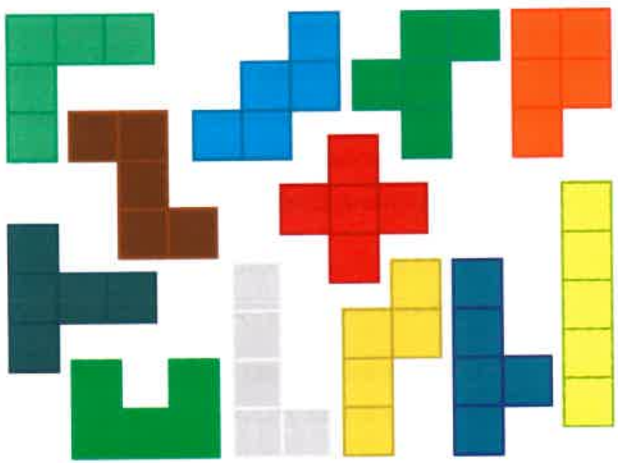
o número de cubos pequenos com duas faces exteriores é 12, correspondente ao número de arestas do cubo grande; o número de cubos pequenos com uma face exterior é 6, corresponde ao número de faces do cubo grande; o número de cubos com zero faces externas é um e trata-se do cubo pequeno que se encontra no centro do cubo grande.

A **atividade 1.6.** tem semelhanças com a anterior, revelando-se um pouco mais complexa sobretudo na identificação do local onde pode ficar o cubo isolado. Sabendo que o cubo isolado é azul, é possível que algum formando conclua que este pode estar em qualquer posição em que um cubo azul se encontre. Outro pode sugerir que o cubo azul esteja no ponto central do cubo grande. No entanto, nenhuma destas respostas é válida. O cubo isolado é, de facto, azul, mas está necessariamente colocado num dos vértices do cubo grande.

— Discriminação visual

Relativamente à discriminação visual, propõe-se a realização das **atividades 1.7., 1.8., 1.9.** e **1.10.**.

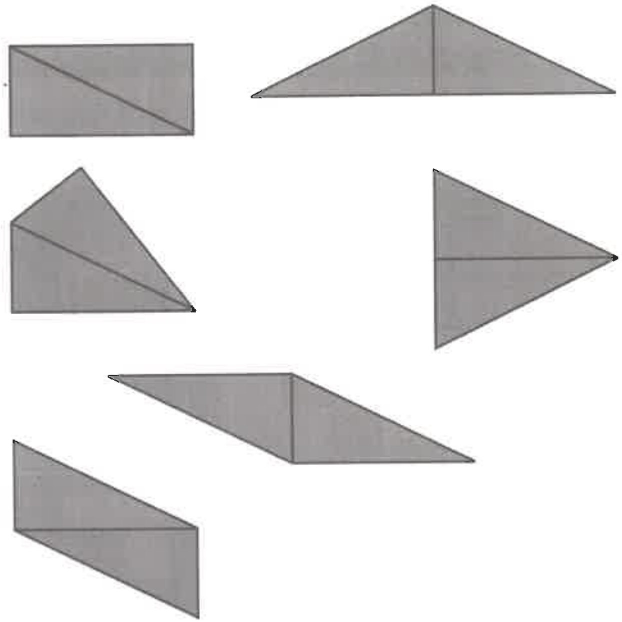
A **atividade 1.7.** exige a construção de figuras e o reconhecimento das suas semelhanças e diferenças. Para essa construção e reconhecimento é necessário desprender-se de um atributo associado às figuras, mas que não é essencial — a sua posição. No total são 12 os pentaminós diferentes.



Na **atividade 1.8.** é importante notar que, se for evidenciada alguma dificuldade na identificação das figuras, estas podem ser construídas com materiais (cubos, por exemplo) e posteriormente comparadas.

Na **atividade 1.9.** pretende-se que sejam identificadas as figuras congruentes. Importa desenvolver a capacidade de observar as figuras e, mentalmente, verificar se correspondem à mesma imagem ou a imagens diferentes. No entanto, se esta atividade se revelar difícil, pode-se recorrer ao decalque de figuras com papel vegetal ou outro que seja transparente. Será, assim, possível que os alunos comparem figuras e, facilmente, lhes apliquem transformações (rotações, reflexões e translações). Uma outra possibilidade consiste na utilização de cartolina recortada que pode facilitar a identificação das figuras.

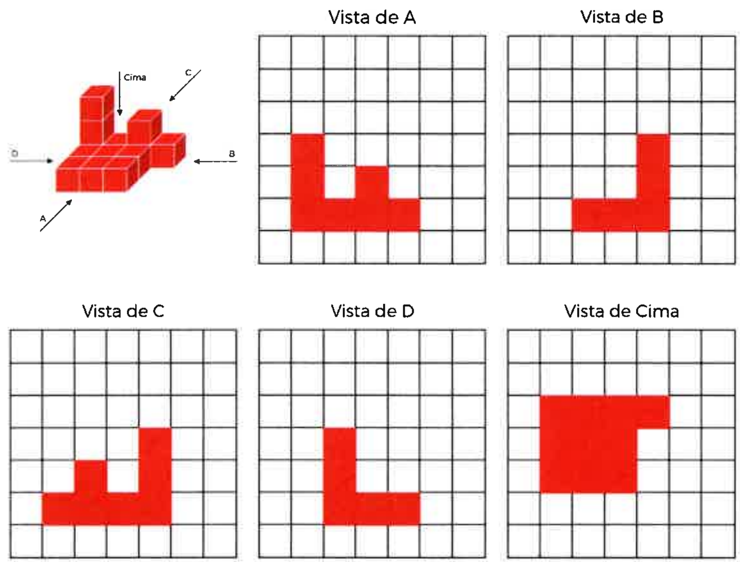
Para a **atividade 1.10.** é necessário disponibilizar pelo menos dois triângulos (podem ser em cartão ou cartolina) para que os formandos experimentem as diferentes posições possíveis, antes de as registarem no papel. Como se ilustra de seguida, várias são as composições que podem ser obtidas:



— Perceção das relações espaciais

Relativamente à perceção das relações espaciais, apresenta-se a **atividade 1.11.** Para a realização desta atividade convém que se construa o esboço antes de se recorrer às suas construções. No entanto, importa que sejam fornecidos cubos para que a construção física e a sua visualização de diferentes ângulos sejam experimentadas.

Apenas a título de exemplo, as vistas da primeira construção são as seguintes:



2 – FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS E SUAS PROPRIEDADES

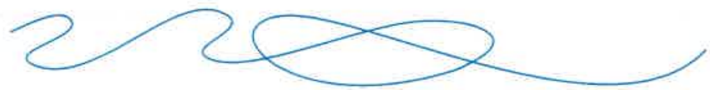
Fundamentação

Quando falamos de figuras geométricas pensamos em conceitos abstratos, construções mentais, sem existência física. Essas figuras podem ter diferentes dimensões: zero (ponto), uma (linha), duas (plano) ou três (espaço) dimensões. Estas construções relativas a figuras geométricas são utilizadas para descrever objetos reais.

Nesta secção centrar-nos-emos nas formas geométricas que podem ser representadas no plano, ou seja a uma ou a duas dimensões.

Um **ponto** é o objeto geométrico mais simples. Este objeto não tem dimensão.

Uma **linha** é um conjunto infinito de pontos que podem ser desenhados por um movimento contínuo (sem levantar o lápis). Este objeto geométrico tem apenas uma dimensão.



Linha

As linhas podem ser curvas ou retas. Por dois pontos distintos passa apenas uma linha reta.

Uma linha reta tem apenas uma direção; uma linha curva pode tomar muitas direções. Vejam-se as seguintes figuras:

Linha reta

Linha curva

Podemos ainda classificar as linhas curvas como abertas ou fechadas, as quais são ilustradas nas imagens seguintes.

Linha aberta

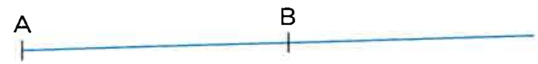
Linha fechada

Quando falamos em figuras com uma dimensão apenas, importa destacar algumas mais comuns.

Reta — linha com apenas uma dimensão e que não tem princípio nem fim. Dois pontos (distintos) definem com precisão uma reta. Pelos pontos A e B passa apenas uma reta.

Semirreta — Porção de reta com um extremo e ilimitada num dos sentidos.

Na figura, temos uma semirreta com extremo em A. Escreve-se $\dot{A}B$ para representar a semirreta com início em A e que passa por B.

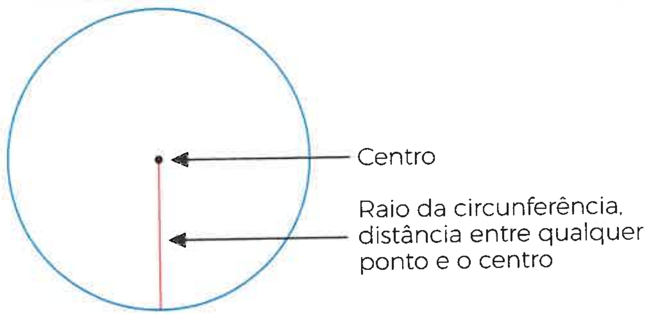


Semirreta

Segmento de reta — Porção de reta compreendida entre dois pontos, que são as extremidades do segmento de reta.

Segmento de reta AB

Circunferência — Conjunto de todos os pontos de um plano que estão a uma dada distância de um dado ponto do mesmo plano. Trata-se, assim, de uma linha fechada.



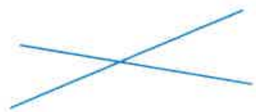
Circunferência

O **plano** é uma superfície ilimitada que contém todas as retas que passam por quaisquer dois dos seus pontos.

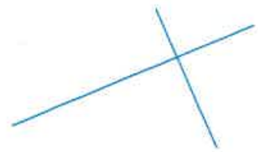
Posição relativa das retas num plano

Duas retas que se encontram num mesmo plano podem ser concorrentes ou paralelas.

Duas retas são **concorrentes** se têm um ponto comum. Entre estas podemos distinguir aquelas que formam entre si um ângulo reto. Neste caso, dizemos que as retas são **perpendiculares**.

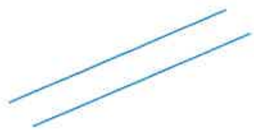


Retas concorrentes



Retas perpendiculares

Duas retas são **paralelas** se a distância entre os seus pontos for constante. Assim, estas podem não ter pontos em comum, caso em que dizemos que são **estritamente paralelas**, ou ter todos os seus pontos em comum, caso em que se classificam como **coincidentes**.



Retas estritamente paralelas

Retas coincidentes

Plano e figuras no plano

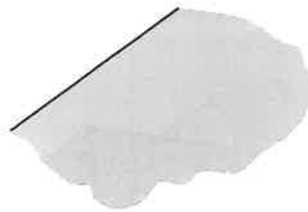
Como se disse acima, um plano é uma superfície ilimitada.

Se esse plano estiver limitado por uma reta, então é dito um **semiplano**.

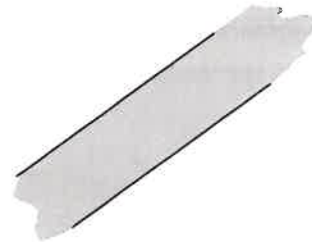
Se o plano estiver limitado por duas retas estritamente paralelas, classifica-se como uma **banda**.

Se o plano estiver limitado por duas semirretas com a mesma origem, diz-se que temos um **ângulo**.

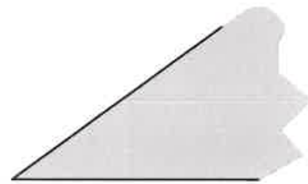
Se o plano estiver completamente limitado por uma linha poligonal fechada, temos uma **figura plana**.



Semiplano



Banda



Ângulo

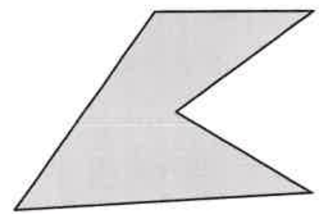


Figura plana

As figuras planas podem ser convexas ou côncavas.

Uma figura plana é **convexa** quando o segmento de reta que une quaisquer dois pontos da figura está totalmente contido na figura.

Uma figura plana é **côncava** quando existe pelo menos um segmento de reta que une dois dos pontos da figura e não está completamente contido nela.

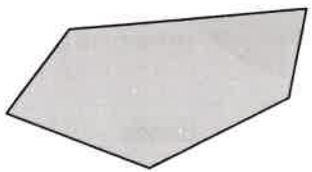


Figura convexa

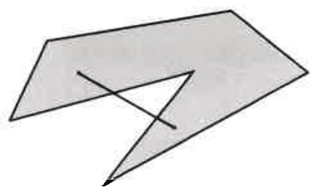
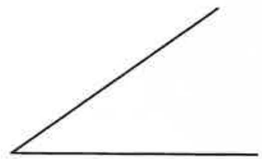


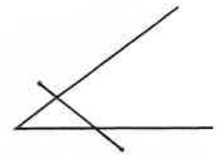
Figura côncava

Ângulos

Sempre que duas semirretas se cruzam, ficam definidos dois ângulos distintos, o convexo e o côncavo (identificados a cinza, nas figuras abaixo). As duas semirretas são os lados dos ângulos. A origem das semirretas é o vértice do ângulo.



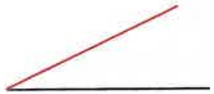
Ângulo convexo



Ângulo côncavo

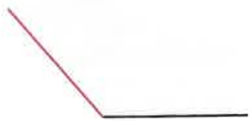
Podemos pensar no ângulo de forma dinâmica. Por exemplo, fixemos um lado do ângulo e rodemos o outro lado em torno do seu vértice. De acordo com a abertura, os ângulos obtidos são designados de diferentes formas, podendo originar um ângulo: nulo, agudo, reto, obtuso, raso, giro.

Ângulo nulo



Ângulo agudo
(entre o nulo e o reto)

Ângulo reto



Ângulo obtuso
(entre o reto e o raso)

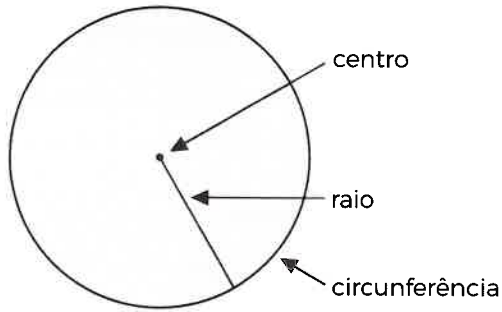
Ângulo raso

Ângulo giro

Outras figuras planas

Círculo é a porção do plano limitada por uma circunferência.

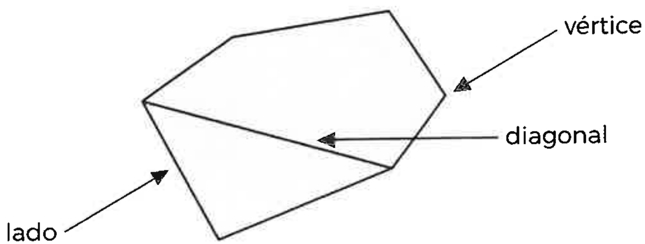
Círculo



Polígono é uma porção do plano limitada por segmentos de reta. A fronteira do polígono é o conjunto desses segmentos de reta, intitulados lados do polígono. Os extremos dos segmentos de reta são os vértices do polígono.

Os segmentos que unem dois vértices de um polígono são os próprios lados do polígono, se os vértices forem consecutivos. Se, porém, os vértices não forem consecutivos, os segmentos serão diagonais.

Polígono



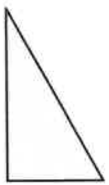
Os polígonos classificam-se de acordo com o número de lados.

Assim, um polígono com 3 lados é um triângulo; um polígono com 4 lados é um quadrilátero; um polígono com 5 lados é um pentágono; e um polígono com 6 lados é um hexágono. Poderíamos continuar a referir polígonos com outros números de lados e com outras designações!

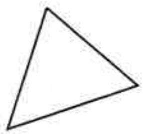
Um polígono é regular se os seus lados tiverem todos o mesmo comprimento e os seus ângulos tiverem todos a mesma amplitude.

Triângulo é um polígono com três lados. Qualquer triângulo é uma figura convexa. Podemos classificar os triângulos de diferentes modos: quanto aos ângulos e quanto aos lados.

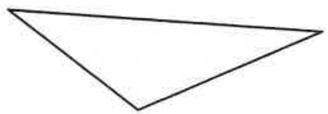
Classificação dos triângulos relativamente aos ângulos: se um dos ângulos é reto diz-se que o triângulo é retângulo; se todos os ângulos são agudos diz-se que o triângulo é acutângulo; se um dos ângulos é obtuso diz-se que o triângulo é obtusângulo.



Triângulo retângulo

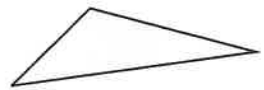


Triângulo acutângulo



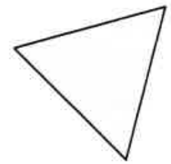
Triângulo obtusângulo

Classificação relativa aos lados: se os lados são todos diferentes diz-se que o triângulo é escaleno; se dois lados são congruentes diz-se que o triângulo é isósceles; se os três lados forem congruentes diz-se que o triângulo é equilátero.



Triângulo escaleno

Triângulo isósceles



Triângulo equilátero

Nota: um triângulo equilátero é um caso particular de triângulo isósceles, pois obedece a todas as condições do isósceles (dois lados congruentes).

A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso.

Quadrilátero é um polígono com quatro lados. Existem quadriláteros convexos e quadriláteros côncavos. Entre os quadriláteros convexos podemos encontrar trapézios, paralelogramos, quites (ou papagaios), losangos, retângulos e quadrados.

Trapézio é um quadrilátero com pelo menos um par de lados paralelos.

Paralelogramo é um quadrilátero com os lados opostos paralelos.

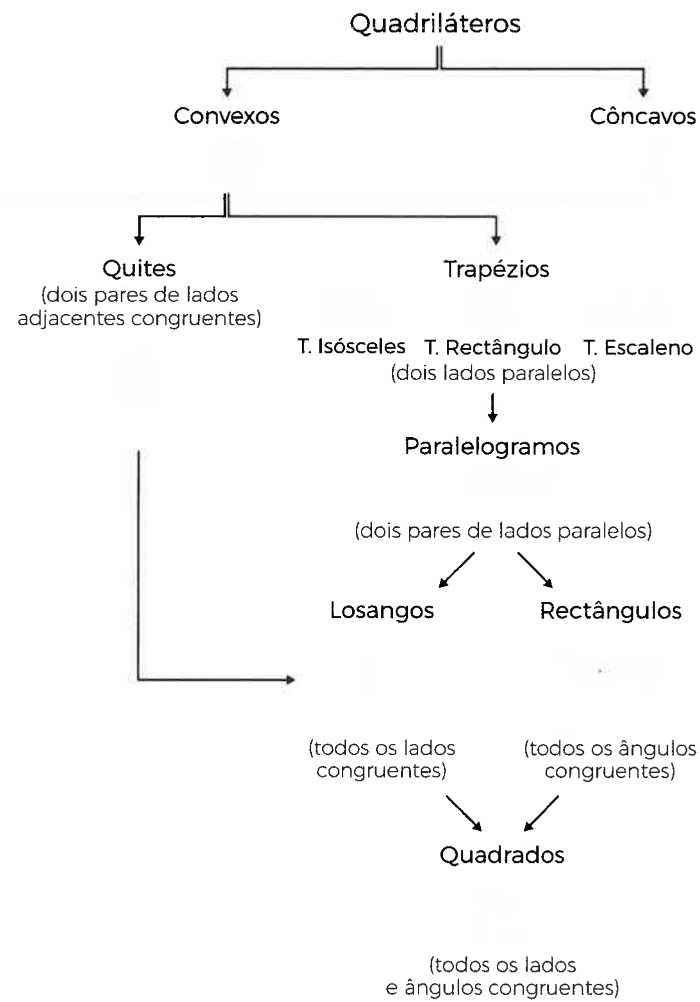
Papagaio é um quadrilátero com dois pares de lados consecutivos congruentes.

Losango é um paralelogramo com os lados todos congruentes.

Retângulo é um paralelogramo com os ângulos todos congruentes.

Quadrado é um paralelogramo com os lados e os ângulos todos congruentes.

Tendo em conta estas definições, é possível construir a hierarquia dos quadriláteros, como se segue.



Áreas e Perímetros

A área de uma figura plana é a medida da sua superfície. O perímetro de uma figura plana é a medida do comprimento da sua fronteira. Os conceitos de área e de perímetro são, por vezes, confundidos pelos alunos. Não se trata, apenas, de uma confusão da respetiva designação, mas dos próprios conceitos e da relação entre eles. Por exemplo, é comum os alunos pensarem que duas figuras com a mesma área também têm o mesmo perímetro e vice-versa. Essa relação não existe e podemos ter mesmo duas figuras em que a que tem maior área tem um perímetro menor. De facto, os dois conceitos são independentes. Para um desenvolvimento adequado desses conceitos é essencial explorar diferentes situações, em particular algumas que pareçam pouco intuitivas.

Atividades

Atividade 2.1. Os triângulos

a) Complete a tabela, desenhando, em cada quadrícula, se possível, um triângulo exemplificativo.

Triângulos	Triângulo acutângulo	Triângulo rectângulo	Triângulo obtusângulo
Triângulo equilátero			
Triângulo isósceles			
Triângulo escaleno			

b) Houve alguma quadrícula que não foi possível preencher? Qual? Porquê?

c) Será possível construir um triângulo com quaisquer três segmentos de reta?

Atividade 2.2. Dobragem de triângulos e quadriláteros

A partir de dobragens de diferentes triângulos e de quadriláteros procure caraterísticas das figuras.

Atividade 2.3. Hierarquia dos quadriláteros

Considere o conjunto dos quadriláteros: trapézios, paralelogramos, papagaios, losangos, retângulos e quadrados. Construa a sua hierarquia.

Atividade 2.4. Quadriláteros e suas diagonais

Analise cada tipo de quadriláteros considerado na questão anterior quanto ao comportamento das suas diagonais. Complete a tabela, assinalando se cada uma das condições se verificam (✓) ou não (✗).

Quadriláteros	Diagonais bissetam-se (ponto de interseção)	Diagonais congruentes (medida de comprimento)	Diagonais perpendiculares (amplitude dos ângulos)
Trapézio			
Paralelogramo			
Papagaio			
Retângulo			
Losango			
Quadrado			

Atividade 2.5. Áreas com o tangram

Considere as figuras do tangram e determine a área de cada uma (apresentadas nas colunas da tabela), tendo em conta as unidades de medida (apresentadas nas linhas da tabela).

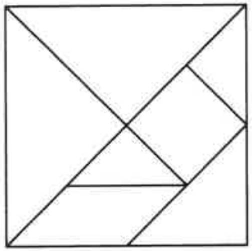


Figura a medir / Unidade de medida	Triângulo pequeno	Triângulo médio	Triângulo grande	Paralelogramo	Quadrado
Triângulo pequeno					
Triângulo médio					
Triângulo grande					
Paralelogramo					
Quadrado					

Atividade 2.6. Área e perímetro

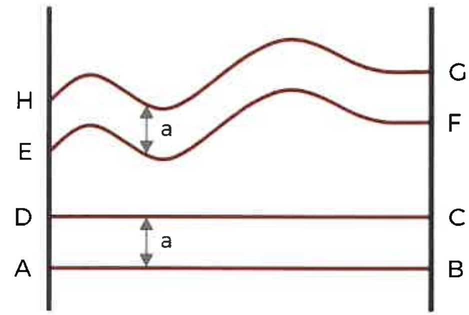
Um dilema por resolver...

O Sr. António tem dois terrenos ([ABCD] e [EFGH]) cujas formas estão representadas na figura.

Uma vez que a época de cultivo da batata está a chegar, o Sr. António foi confrontado com um problema:

a) Em qual dos terrenos conseguirá plantar o maior número de batatas? Ajude o Sr. António a resolver esta situação, sabendo que ambos os terrenos têm a mesma largura.

b) Imagine agora que o Sr. António quer vedar os terrenos com rede. Para qual deles precisa de mais rede?



Metodologia de trabalho

Sugere-se que, após uma breve apresentação sobre a importância do tema, se proponha aos formandos a realização de algumas atividades de exploração de figuras planas.

Na **atividade 2.1.** é sugerido o preenchimento de uma tabela em que se pretende que os formandos sejam confrontados com as caraterísticas dos quadriláteros. Recomenda-se que esta atividade seja realizada e discutida pelos formandos para que compreendam melhor as definições dos diferentes tipos de triângulos. No entanto, não se sugere que seja utilizada com alunos do 1.º ciclo.

Triângulos	Triângulo acutângulo	Triângulo rectângulo	Triângulo obtusângulo
Triângulo equilátero	Qualquer triângulo equilátero tem os três ângulos de 60°, logo é um triângulo acutângulo. 	Um triângulo equilátero nunca pode ser triângulo retângulo e vice-versa, porque o triângulo equilátero tem os ângulos todos de 60°, enquanto que o triângulo retângulo tem um ângulo de 90°.	Explicação semelhante à anterior; neste caso, um triângulo equilátero nunca pode ter um ângulo obtuso.
Triângulo isósceles			
Triângulo escaleno			

Para a exploração da alínea c) podem ser fornecidos lápis, de diferentes tamanhos, a cada grupo para os formandos verificarem, experimentando, que, em determinados casos, não é possível construir um triângulo. A justificação dada pelos grupos para essa impossibilidade deve levar, ao longo da discussão, à formulação das desigualdades triangulares:

> A soma de quaisquer dois lados de um triângulo é sempre maior que o terceiro;

> A diferença de quaisquer dois lados de um triângulo é sempre menor que o terceiro.

Na **atividade 2.2.** propõe-se que, a partir de diferentes triângulos e de diferentes quadriláteros desenhados em papel e recortados, se procurem identificar caraterísticas das diferentes figuras geométricas. A partir de dobragens, os formandos podem comparar, por exemplo, medidas de lados ou simetrias ou verificar o comportamento das diagonais.

A **atividade 2.3.** centra-se na hierarquia dos quadriláteros. Importa perceber como se definem os quadriláteros para compreender a sua hierarquia. Na parte relativa à fundamentação deste tema é apresentada uma proposta de hierarquização dos quadriláteros, tendo em conta as definições aí

apresentadas. É importante que os formandos tentem construir uma hierarquia, pois esta representa uma oportunidade de discussão da relevância das definições para a estruturação do edifício matemático. Alguns aspetos podem ser discutidos aquando da construção da hierarquia. Vejam-se alguns exemplos:

> O trapézio tem dois lados paralelos. Uma figura que, para além de ter dois lados paralelos, também tem os outros dois lados paralelos, chama-se paralelogramo. No entanto, pelo facto de ser um paralelogramo não deixa de ser trapézio. Assim, a definição apresentada acima diz que um paralelogramo "é um quadrilátero com os lados opostos paralelos", mas também poderíamos definir um paralelogramo como um trapézio com os lados opostos paralelos.

> Um quadrado foi definido acima como um paralelogramo com os lados e ângulos todos congruentes. Então um quadrado é um caso particular de um paralelogramo, com mais algumas caraterísticas. Mas também podemos dizer que um quadrado, sendo um paralelogramo com os ângulos todos iguais, também é um exemplo de retângulo. Além disso, o quadrado, sendo um paralelogramo com os lados todos iguais, será ainda um exemplo (caso particular) de losango.

Importa que todas estas relações sejam discutidas aquando da construção e após a construção da hierarquia.

A **atividade 2.4.**, preparada para o estudo das diagonais dos quadriláteros, permite conhecer melhor os quadriláteros e reforçar alguns dos aspetos da hierarquia discutida na atividade anterior.

Quadriláteros	Diagonais bissetam-se (ponto de interseção)	Diagonais congruentes (medida de comprimento)	Diagonais perpendiculares (amplitude dos ângulos)
Trapézio	✗	✗	✗
Paralelogramo	✓	✗	✗
Papagaio	✗	✗	✓
Retângulo	✓	✓	✗
Losango	✓	✗	✓
Quadrado	✓	✓	✓

Alguns aspetos que podem ser discutidos a propósito da tabela:

> Quando se considera que se satisfaz a condição (✓) é porque todos os exemplos possíveis de construir com essa designação a satisfazem. Veja-se, por exemplo, o que acontece no caso das diagonais se bissetarem. Se dizemos que num paralelogramo as diagonais se bissetam, então todos os seus casos particulares, ou seja, qualquer retângulo, qualquer losango e qualquer quadrado satisfazem essa condição.

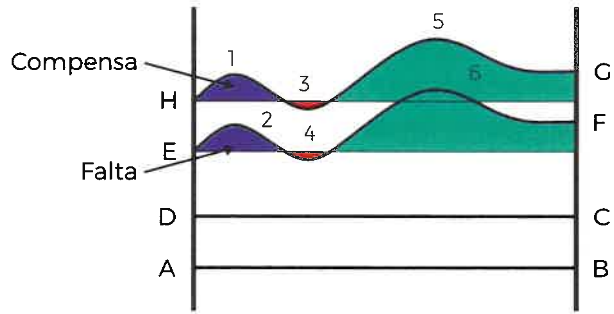
> Quando assinalamos com um ✗, queremos dizer que nem todos os exemplos satisfazem essa condição. Voltando ao exemplo dos paralelogramos, nem todos os paralelogramos têm as suas diagonais congruentes (com a mesma medida). No entanto, pode haver exemplos de paralelogramos que satisfaçam essa condição (por exemplo, os quadrados ou os retângulos), mas não são todos.

Esta atividade pode ser trabalhada com alunos do ensino básico e pode mesmo ser explorada esta tabela. No entanto, para simplificar um pouco a sua leitura, pode ser excluída a linha do papagaio.

Na **atividade 2.5.** pretende-se que se discuta e se desenvolva a capacidade de considerar diferentes unidades de medida e não apenas quadrados ou as unidades padrão. A primeira linha é a mais simples, dado que a unidade de medida é a mais pequena e com várias da mesma dimensão podemos compor as restantes. Trata-se apenas de uma contagem do número de unidades. Quando a unidade de medida toma outras dimensões, o raciocínio complica-se porque se torna necessário envolver números racionais. Importa que os formadores discutam esta atividade e a compreendam. Podem utilizá-la, toda ou em parte, para discutir com os alunos a partir do 4.º ano de escolaridade.

Figura a medir / Unidade de medida	Triângulo pequeno	Triângulo médio	Triângulo grande	Paralelogramo	Quadrado
Triângulo pequeno	1	2	4	2	2
Triângulo médio	1/2	1	2	1	1
Triângulo grande	1/4	1/2	1	1/2	1/2
Paralelogramo	1/2	1	2	1	1
Quadrado	1/2	1	2	1	1

A **atividade 2.6.** envolve a discussão de uma situação problemática. Com um olhar um pouco distraído podemos ser levados a dizer que o primeiro terreno tem uma área maior. No entanto, os dois terrenos têm a mesma área. Relativamente aos perímetros o primeiro gasta mais rede dado que o perímetro é maior.



Veja-se o desenho realizado por um grupo de alunos aquando da discussão desta atividade. Estes alunos traçaram duas linhas paralelas a AB, uma a passar por E e outra a passar por H. Assim foi possível compararem as áreas. Como pintaram da mesma cor as partes com a mesma área é possível perceber como concluíram que as áreas são iguais. Por exemplo a parte roxa que falta na figura EFGH está logo em cima compensada.

3 - O PLANO E O ESPAÇO

Fundamentação

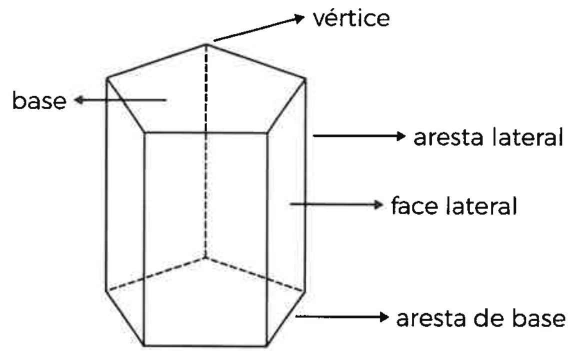
É importante que a relação entre o plano e o espaço seja explorada de forma bastante interligada. O movimento do espaço ao plano, representando no plano o que podemos ver no espaço, e o movimento do plano ao espaço, quando fazemos o exercício mental de ver no espaço o que se representa no plano, são dois movimentos essenciais a desenvolver nos alunos. Alguns aspetos relacionados com a visualização já foram trabalhados no tema 1. Aqui pretende-se aprofundar e alargar o assunto.

Uma figura plana tem apenas duas dimensões. Um sólido tem três dimensões. Alguns sólidos têm formas muito irregulares, como uma pedra, por exemplo. Outros, que encontramos em objetos do nosso quotidiano, podem ser descritos pelas suas caraterísticas específicas. Um **sólido geométrico** é uma porção do espaço limitada por superfícies.

Quando as superfícies são planas, os sólidos são **poliedros**. As superfícies poligonais são chamadas faces. Podemos classificar os poliedros segundo o número das suas faces: tetraedro (4 faces), pentaedro (5 faces), hexaedro (6 faces), heptaedro (7 faces), octaedro (8 faces), nonaedro (9 faces), decaedro (10 faces), undecaedro (11 faces) e dodecaedro (12 faces).

Alguns poliedros são mais comuns e trabalhados ao longo do ensino básico do que outros. Os mais trabalhados são as pirâmides e os prismas.

Prisma é um poliedro com duas faces (bases) que são polígonos congruentes e paralelos e em que as restantes faces (faces laterais) são paralelogramos que unem arestas correspondentes das duas bases.

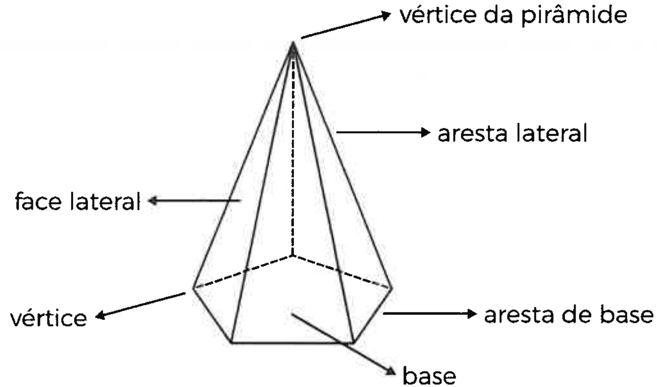


Um prisma tem duas bases exatamente iguais (congruentes), com a mesma forma e com as mesmas dimensões e que são paralelas. No caso do prisma representado na figura, as bases são polígonos com 5 lados, ou seja, são pentágonos. Por essa razão, o prisma nela representado é designado prisma pentagonal. Num prisma: o número de faces laterais é igual ao número de lados dos polígonos das bases; o número de vértices é o dobro do número de lados dos polígonos das bases; e o número de arestas é o triplo do número de lados dos polígonos das bases.

As faces laterais de um prisma são quadriláteros. No caso da figura, são todas retângulos mas pode haver prismas em que isso não acontece. Quando as arestas laterias são perpendiculares às bases dizemos que o prisma é reto, caso contrário dizemos que é oblíquo.

As designações dos diferentes prismas dependem do número de lados do polígono da base. Assim, podemos falar de prisma triangular (a base é um triângulo), prisma quadrangular (a base é um quadrilátero), prisma pentagonal (a base é um pentágono), prisma hexagonal (a base é um hexágono), etc.

Pirâmide é um poliedro que tem apenas uma base e cujas faces laterais são triângulos. Todas as faces laterais têm um ponto comum: o vértice da pirâmide.



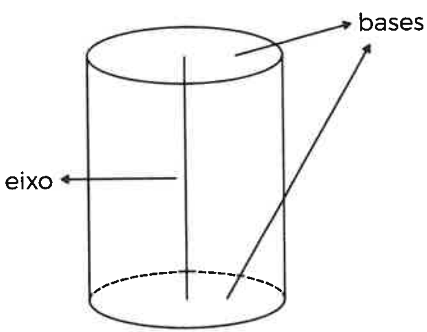
As faces são superfícies planas. Uma pirâmide tem várias faces laterais e uma face que é a base. As faces laterais de uma pirâmide são sempre triângulos. A base da pirâmide é um polígono que pode ter qualquer número de lados.

A pirâmide esboçada acima tem: 6 faces (as 5 faces laterais mais a base); 10 arestas (5 arestas laterais e 5 arestas da base); 6 vértices (5 vértices na base e o vértice da pirâmide). Como a base tem 5 lados, trata-se de uma pirâmide pentagonal. Recapitulando as designações anteriores, também se pode designar como hexaedro por ter 6 faces.

As pirâmides são designadas de acordo com o polígono da sua base: pirâmide triangular (a base é um triângulo), pirâmide quadrangular (a base é um quadrilátero), pirâmide pentagonal (a base é um pentágono), pirâmide hexagonal (a base é um hexágono), etc.

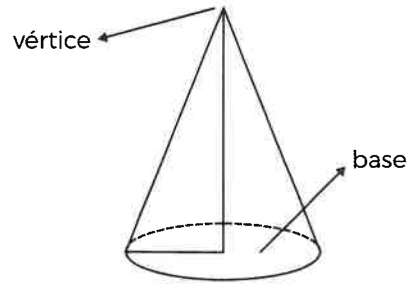
Alguns **não poliedros** são mais comuns e trabalhados ao longo do ensino básico do que outros. Os mais trabalhados são os cilindros e os cones.

Cilindro é um sólido composto por dois círculos congruentes em planos paralelos e todos os segmentos paralelos ao eixo que unem pontos dos dois círculos. O eixo é o segmento de reta que une os centros dos dois círculos.



Se os dois círculos não estiverem alinhados, o eixo não é perpendicular aos círculos (ou seja, às bases) e o cilindro diz-se <u>oblíquo</u>. No caso de o eixo ser perpendicular, então o cilindro é um <u>cilindro reto</u>.

Cone é um sólido composto por um círculo, por um ponto exterior ao plano do círculo e por todos os segmentos que unem um ponto do círculo a esse ponto exterior.



O ponto exterior é o vértice do cone. Se o segmento que une o vértice ao centro do círculo for perpendicular ao círculo, trata-se de um <u>cone reto</u>, caso contrário, trata-se de um <u>cone oblíquo</u>.

Atividades

Atividade 3.1. Construção de conjuntos com sólidos

Agrupe os objetos como entender e explique como os agrupou.

Atividade 3.2. Construção de modelos de poliedros

Com palhinhas e fios, construa diferentes poliedros. Classifique cada um dos poliedros obtidos.

Atividade 3.3. Decalque de poliedros

a) A partir dos modelos de poliedros disponíveis, contorne as figuras com vista ao reconhecimento das suas faces. A que conclusão sobre as caraterísticas das faces pode chegar?

b) Contorne as faces de alguns poliedros, mas tendo em conta a construção de uma planificação desse mesmo sólido. Após o esboço, recorte e verifique, através da montagem, a adequação das suas respostas.

Atividade 3.4. Reconhecimento das faces dos poliedros

Descreva um conjunto de faces de um sólido e descubra que sólido se pode obter com elas.

Atividade 3.5. Jogo de descoberta de sólidos

Jogo (a realizar em grupo): um formando pensa num sólido, sem explicitar qual é; os restantes elementos do grupo far-lhe-ão perguntas até descobrirem de que sólido se trata.

Regras: as respostas (dadas por quem pensou no sólido) só podem ser sim ou não. Os colegas devem fazer perguntas sobre as propriedades do sólido até descobrirem de que sólido se trata. Pode ser estabelecido um limite para o número de perguntas. Quem descobrir qual é o sólido em causa passa para o papel de ter que escolher um outro sólido e de responder às perguntas dos colegas.

Atividade 3.6. Informação contida

Um formando descreve um sólido em que pensou, sem dizer o nome do sólido. Os restantes colegas descobrem de que sólido se trata. Importa que a informação seja pouca mas suficiente. Caso seja necessário, irá sendo acrescentada mais alguma informação, aos poucos.

Atividade 3.7. Caixas com pentaminós e cubos com hexaminós

a) Quais os pentaminós que nos permitem construir uma caixa?

b) Quais os hexaminós que correspondem a planificações de um cubo?

Metodologia de trabalho

Neste tema propõe-se que a discussão dos conceitos parta da exploração. Por exemplo, a partir de um conjunto de sólidos em que uns são poliedros e outros não, deverão ser identificadas as caraterísticas e designação dos diferentes sólidos (**atividade 3.1.**). Os formandos, ao construírem conjuntos de sólidos e explicarem como os organizaram, chegam naturalmente a conjuntos cujas caraterísticas lhes permitem definir e diferenciar os sólidos.

Será naturalmente possível encontrar a separação entre uns sólidos que são poliedros e outros que não o são, e entre uns que "afunilam" para um vértice e outros que não. Assim, e de forma natural, poderão chegar ao conjunto dos poliedros e ao conjunto dos não poliedros, a conjuntos de acordo com o número de faces, bem como à distinção entre pirâmides e prismas, ou entre cones e cilindros.

Na **atividade 3.2.** propõe-se a construção de modelos de poliedros. Esses poliedros podem ajudar a identificar as suas caraterísticas e a explorar as respetivas propriedades.

Para a realização da **atividade 3.3.** é necessário que os formandos tenham à sua disposição vários poliedros. A parte A da atividade ajuda a tomar consciência das diferentes faces dos sólidos e a classificar cada uma das faces. Na parte B já é suposto que os formandos estabeleçam algum método para que obtenham a sua planificação, sem problemas. Por exemplo, podem contornar uma face e fazer rodar em torno de uma aresta pousada, de forma a obter uma face adjacente. A verificação final permite identificar situações em que, por alguma razão, não foi seguido um método sistemático (repetindo faces ou saltando outras faces).

As **atividades 3.4., 3.5. e 3.6.** são diferentes e permitem desenvolver a capacidade de visualização de um sólido, a partir de algumas informações. Estas atividades, desenvolvidas em contexto lúdico, permitem envolver mais os formandos (ou os alunos), com o desafio da competição.

Apresenta-se de seguida, para a **atividade 3.5.**, um exemplo de um possível diálogo

Carlitos pensou no cubo *(mas não disse nada)*
Perguntas(P) que lhe colocaram e respostas (R) que deu:

P1- O sólido tem um número de arestas ímpar?

R1- Não *(logo não tem arestas ou tem n.º par de arestas)*

P2- Tem um só vértice?

R2- Não *(então não é cone)*

P3- Tem as faces todas quadradas?

R3- Sim *(então só pode ser o cubo)*

P4- É o cubo?

R4- Sim!

O que está entre parêntices são os raciocínios que os que perguntam podem ir fazendo ao ouvir as respostas *sim* ou *não*.

A **atividade 3.7.** recorre às representações de pentaminós (A) ou hexaminós (B) discutidas anteriormente, para serem selecionados os que permitem formar caixa ou cubo, respetivamente. Para confirmar o raciocínio feito e identificar eventuais falhas, os formandos podem, eles próprios, desenhar e recortar as diferentes figuras em papel.

4. AVALIAÇÃO DA FORMAÇÃO

A avaliação da formação deve incluir duas componentes: avaliação das aprendizagens realizadas pelos formandos e avaliação da própria formação.

Relativamente à **avaliação das aprendizagens** realizadas pelos formandos no decurso da formação, o formador deve considerar duas componentes:

i) Uma componente contínua, em que é considerado o envolvimento de cada formando nas atividades realizadas durante a formação bem como a qualidade desse envolvimento. Para fomentar este envolvimento, sugere-se que o formador recolha as produções dos formandos relativamente às atividades realizadas ao longo da formação, valorizando o esforço dos formandos para as realizar mais do que o conteúdo das suas respostas; sugere-se, ainda, que o formador faça registos no final de cada sessão com os aspetos, que considere relevantes, relativos à participação de cada grupo ou dos diferentes elementos dos grupos.

ii) Uma componente final, que exija a utilização dos conhecimentos adquiridos durante a formação. Para isso, cada formando constrói uma atividade (diferente das exploradas durante a formação) em que sejam trabalhados conceitos de Geometria relativos a um dos temas da formação. A apresentação da atividade deve ser acompanhada dos objetivos para o ano de escolaridade a que se destina e da metodologia de aplicação numa sala de aula.

A **avaliação da formação** propriamente dita deve considerar os conteúdos, metodologias e materiais usados na formação, bem como o desempenho do formador. Para o efeito, e sem prejuízo de poder haver uma discussão sobre este assunto, sugere-se o uso de um questionário, anónimo, como o que se segue.

Avaliação do módulo de formação

1. Para a sua atuação como professor, a formação que acabou de frequentar foi útil?

☐ não, absolutamente nada útil

☐ pouco útil

☐ mais ou menos útil

☐ sim, razoavelmente útil

☐ sim, muito útil

2. O tempo disponibilizado para esta formação foi

☐ insuficiente

☐ suficiente

3. A conceção da formação correspondeu às suas necessidades e aos seus interesses?

☐ não, absolutamente nada

☐ pouco

☐ mais ou menos

☐ sim, razoavelmente

☐ sim, muito

4. O formador mostrou dominar a matéria?

☐ não, absolutamente nada

☐ pouco

☐ mais ou menos

☐ sim, razoavelmente

☐ sim, muito

5. Sente necessidade de frequentar outras formações de Matemática para poder exercer a sua profissão como professor do 1.º CEB?

☐ não, absolutamente nada

☐ pouco

☐ mais ou menos

☐ sim, razoavelmente

☐ sim, muito

6. Indique um ou dois pontos fortes e um ou dois pontos fracos desta formação.

Pontos fortes:

Pontos fracos:

7. Se respondeu "sim" na questão 5, indique temas de Matemática que gostaria de abordar numa nova formação.

Data: _____/__________/________

Local: ______________________________

(Não assine)

Bibliografia

Alsina, A. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos: para crianças dos 6 aos 12*. Porto: Porto Editora.

Caraça, B. (1984). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora.

Palma Fernandes, A. (s. d.). *Elementos de Geometria*. Lisboa: Plátano Editores.

Martínez, E., & Martínez, E. (Coord.) (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil*. Madrid: Pirámide.

NCTM (2001). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar, Coleção de adendas: anos de escolaridade K-6*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Serra, M. (1993). *Discovering Geometry: an inductive approach*. San Francisco: Key Curriculum Press.

Veloso, E., et al. (1999). *Ensino da Geometria no virar do milénio*. Lisboa: Departamento de Educação – Universidade de Lisboa.

Ficha Técnica

Supervisão
Maria de Fátima S. Barbosa de Oliveira, Maria Hermínia Cabral,
Manuel Tavares Emídio

Coordenação
Domingos Martinho Mandau, Laurinda Leite

Autora
Maria Helena Martinho

Título
Matemática
Geometria e sentido espacial

Coordenação de edição
Sofia Ascenso

Design gráfico, paginação
Paulo Teles

1.ª edição

Tiragem
400 exemplares

ISBN
978-989-8897-01-5

Depósito legal
436291/18

Dezembro 2017
Propriedade: Ministério da Educação, Ensino Superior e Investigação
Científica da República da Guiné-Bissau

FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN

Universidade do Minho

unicef