

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
E
FORMULAÇÃO DE
PROBLEMAS**

COMO DEFINIR PROBLEMA?

Problema \neq Exercício

Tarefa que requer um certo grau de deliberação

Tarefa que requer a aplicação mecânica de procedimentos ou regras já conhecidos

VEJAMOS ALGUMAS TAREFAS

Se um caderno custa 2,3 euros, quanto custam cinco cadernos?

Calcula o perímetro de um retângulo de lados 2cm e 5 cm.

O Pedro tinha 5 bombons, deu 2 à Inês com quantos ficou?

VEJAMOS ALGUMAS TAREFAS

Qual o grau de desafio colocado nestas tarefas? Serão problemas?

VEJAMOS ALGUMAS TAREFAS

Calcula a área do trapézio cujos lados medem 150 cm, 400 cm, 12 cm e 12 cm.

Calcula o perímetro do trapézio cujos lados medem 150cm, 400cm, 12 cm e 12 cm.

VEJAMOS ALGUMAS TAREFAS

Conseguiste desenhar à escala?
Como te parece que os alunos
abordam cada situação?

VEJAMOS ALGUMAS TAREFAS

Dois jogadores começam com 1 ou 2 e vão, alternadamente, somando 1 ou 2 à quantidade assinalada pelo seu colega. Assim até que um dos dois chegue a 20, que será o vencedor do jogo.

VEJAMOS ALGUMAS TAREFAS

Como abordam o problema?
Através da simulação?
Como encontrar uma estratégia ganhadora?

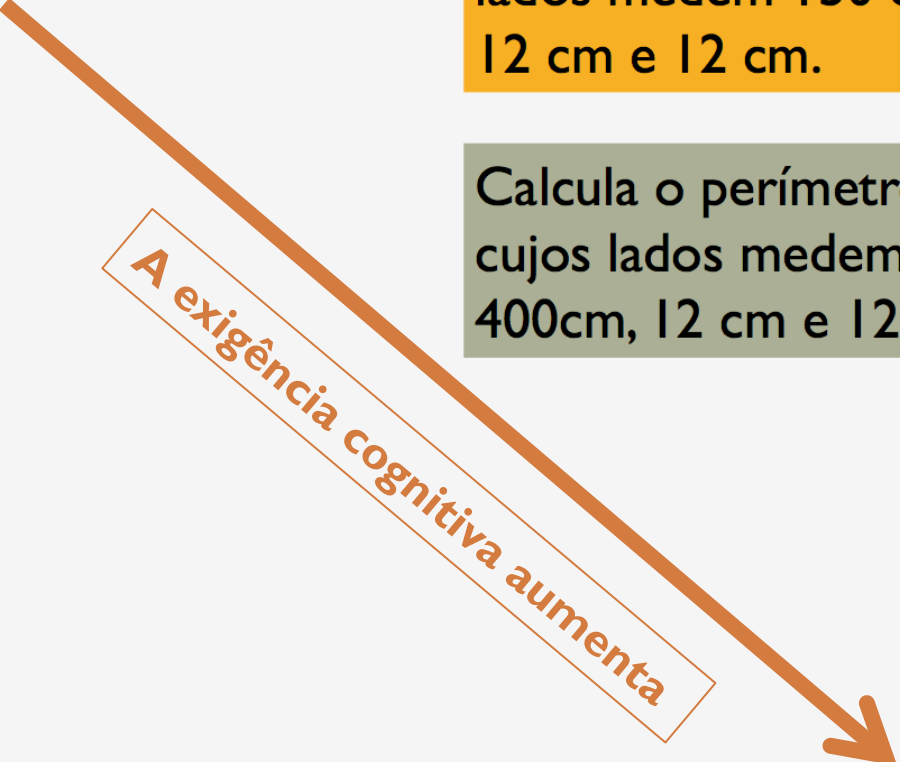
Se um caderno custa 2,3 euros, quanto custam cinco cadernos?

Calcula o perímetro de um retângulo de lados 2cm e 5 cm.

O Pedro tinha 5 bombons, deu 2 à Inês com quantos ficou?

Calcula a área do trapézio cujos lados medem 150 cm, 400 cm, 12 cm e 12 cm.

Calcula o perímetro do trapézio cujos lados medem 150cm, 400cm, 12 cm e 12 cm.



A exigência cognitiva aumenta

Dois jogadores começam com 1 ou 2 e vão, alternadamente, somando 1 ou 2 à quantidade assinalada pelo seu colega. Assim até que um dos dois chegue a 20, quem será o ganhador do jogo.

COMO DEFINIR PROBLEMA?

- Uma das questões que tem dificultado grandemente a discussão à volta da resolução de problemas é o facto deste conceito ser mal definido e ser compreendido de formas diferentes por diversos autores

(Ernest, 1992)

- Se for pedido a 7 matemáticos para definirem problema é muito possível que se obtenham 9 definições diferentes

(Schoenfeld, 1991)

COMO DEFINIR PROBLEMA?

Um problema tem algum nível de subjetividade, trata-se de um problema para uma pessoa e não o é para outra.

(Yáñez et al., 2016)

Uma tarefa pode ser inicialmente um problema e deixar de ser quando já conhecemos o processo de resolução

(Schoenfeld, 1985)

CONCEITO DE PROBLEMA

- Uma situação para a qual se pretende uma resposta sem que se disponha de uma forma pronta de chegar a essa resposta
- Um problema pressupõe desafio e interesse, levando ao envolvimento na procura de uma solução
- Resolver um problema exige certo grau de deliberação
- Resolver um problema requer mobilização de conhecimentos, uso de conceitos e processos matemáticos
- Resolver um problema passa por encontrar um caminho com um certo grau de incerteza
- Um problema pode admitir vários processos de resolução
- Um problema pode admitir várias soluções ou não ter solução

CONTEXTOS DO PROBLEMA

- Contexto real
- Contexto realista
- Contexto matemático
- Contexto com recurso a materiais

CONTEXTOS DO PROBLEMA

- **Contexto real**

Calcula a área da sala de aula

- Contexto realista

- Contexto matemático

- Contexto com recurso a materiais

CONTEXTOS DO PROBLEMA

- Contexto real
- **Contexto realista**
- Contexto matemático
- Contexto com recurso a materiais

Calcula a área da sala de aula sabendo que as suas dimensões são 8 metros de largura e 14 metros de comprimento.

CONTEXTOS DO PROBLEMA

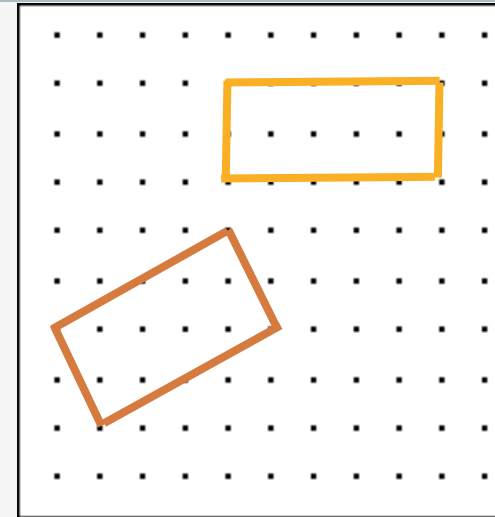
- Contexto real
- Contexto realista
- **Contexto matemático**
- Contexto com recurso a materiais

Calcula a área de um retângulo sabendo que os lados medem, respetivamente, 8 metros e 14 metros.

CONTEXTOS DO PROBLEMA

- Contexto real
- Contexto realista
- Contexto matemático

Calcula a área dos retângulos



- **Contexto com recurso a materiais**

Classificação de problemas

Tipologia de problemas	Requerem
Problemas de processo	Estratégias de resolução
Problemas de conteúdo	Conhecimentos matemáticos
Problemas de capacidades	Uso de capacidades matemáticas
Problemas tipo puzzle	Alargamento do espaço de resolução
Problemas de aplicação	Recolha e tratamento de informação
Problemas abertos	Escolha ponderada entre os vários caminhos possíveis
Problemas de aparato experimental	Uso de esquemas investigativos

Classificação de problemas

Tipologia de problemas	Requerem
Problemas de processo	Estratégias de resolução
Problemas de conteúdo	Conhecimentos matemáticos
Problemas de capacidades	Uso de capacidades matemáticas
Problemas tipo puzzle	Alargamento do espaço de resolução
Problemas de aplicação	Recolha e tratamento de informação
Problemas abertos	Escolha ponderada entre os vários caminhos possíveis
Problemas de aparato experimental	Uso de esquemas investigativos

são os que só podem ser resolvidos através da utilização de uma ou mais estratégias de resolução. Não utilizam processos mecanizados ou estandardizados

Classificação de problemas

Tipologia de problemas	Requerem
Problemas de processo	Estratégias de resolução
Problemas de conteúdo	Conhecimentos matemáticos
Problemas de capacidades	Uso de capacidades matemáticas
Problemas tipo puzzle	Alargamento do espaço de resolução
Problemas de aplicação	Recolha e tratamento de informação
Problemas abertos	Escolha ponderada entre os vários caminhos possíveis
Problemas de aparato experimental	Uso de esquemas investigativos

Requerem a utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas.

Classificação de problemas

Tipologia de problemas	Requerem
Problemas de processo	Estratégias de resolução
Problemas de conteúdo	Conhecimentos matemáticos
Problemas de capacidades	Uso de capacidades matemáticas
Problemas tipo puzzle	Alargamento do espaço de resolução
Problemas de aplicação	Recolha e tratamento de informação
Problemas abertos	Escolha ponderada entre os vários caminhos possíveis
Problemas de aparato experimental	Uso de esquemas investigativos

Problemas de cálculo mental ou de estimativa

Classificação de problemas

Tipologia de problemas	Requerem
Problemas de processo	Estratégias de resolução
Problemas de conteúdo	Conhecimentos matemáticos
Problemas de capacidades	Uso de capacidades matemáticas
Problemas tipo puzzle	Alargamento do espaço de resolução
Problemas de aplicação	Recolha e tratamento de informação
Problemas abertos	Escolha ponderada entre os vários caminhos possíveis
Problemas de aparato experimental	Uso de esquemas investigativos

Problemas que necessitam de um “Flash” para chegar à solução
(levam o aluno a pensar em diferentes pontos de vista)

Classificação de problemas

Tipologia de problemas	Requerem
Problemas de processo	Estratégias de resolução
Problemas de conteúdo	Conhecimentos matemáticos
Problemas de capacidades	Uso de capacidades matemáticas
Problemas tipo puzzle	Alargamento do espaço de resolução
Problemas de aplicação	Recolha e tratamento de informação
Problemas abertos	Escolha ponderada entre os vários caminhos possíveis
Problemas de aparato experimental	Uso de esquemas investigativos

São os que requerem a recolha de dados acerca da vida real e a tomada de decisões. Utilizam uma ou mais operações e uma ou mais estratégias de resolução.

Classificação de problemas

Tipologia de problemas	Requerem
Problemas de processo	Estratégias de resolução
Problemas de conteúdo	Conhecimentos matemáticos
Problemas de capacidades	Uso de capacidades matemáticas
Problemas tipo puzzle	Alargamento do espaço de resolução
Problemas de aplicação	Recolha e tratamento de informação
Problemas abertos	Escolha ponderada entre os vários caminhos possíveis
Problemas de aparato experimental	Uso de esquemas investigativos

Subcategoria das restantes tipologias

Classificação de problemas

Tipologia de problemas	Requerem
Problemas de processo	Estratégias de resolução
Problemas de conteúdo	Conhecimentos matemáticos
Problemas de capacidades	Uso de capacidades matemáticas
Problemas tipo puzzle	Alargamento do espaço de resolução
Problemas de aplicação	Recolha e tratamento de informação
Problemas abertos	Escolha ponderada entre os vários caminhos possíveis
Problemas de aparato experimental	Uso de esquemas investigativos

permitem desenvolver certas capacidades, tais como: planificar, organizar dados, interpretar dados, pesar, medir, contar,...

Resolução de Problemas

MODELO DE POLYA

Fase 1 – **Compreensão do problema**

Fase 2 – **Estabelecimento de um plano**

Fase 3 – **Execução do plano**

Fase 4 – **Verificação**

MODELO DE POLYA

Fase 1 – **Compreensão do problema**

Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? É possível satisfazer a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?

*Faça uma figura. Escolha uma notação adequada.
Separe as várias partes da condição. É possível anotá-las?*

MODELO DE POLYA

Fase 2 – Estabelecimento de um plano

Já viu o problema anteriormente? Ou já viu o mesmo problema apresentado de forma ligeiramente diferente? Conhece um problema relacionado com o problema proposto? Conhece um teorema que lhe pode ser útil?

Considere a incógnita! Procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante.

Tem um problema relacionado com o problema proposto e que foi resolvido anteriormente. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Será necessário introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?

É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições.

continua



MODELO DE POLYA

Fase 2 – Estabelecimento de um plano

Se não conseguir resolver o problema proposto, procure resolver, primeiro, algum problema com ele relacionado. Consegue imaginar um problema relacionado com o problema original e que seja mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? Consegue resolver parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condição, ponha a outra de lado; até que ponto fica, assim, determinada a incógnita? Como pode esta última variar? É possível extrair alguma coisa útil dos dados? Consegue pensar noutros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível mudar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de forma que a relação entre eles seja mais imediata?

Utilizou todos os dados? Utilizou a condição na sua totalidade? Tomou em consideração todas as noções essenciais implicadas no problema?

MODELO DE POLYA

Fase 3 – **Execução do plano**

*Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo.
Consegue ver, com clareza que o passo está correto?
Consegue demonstrar que ele está correto?*

MODELO DE POLYA

Fase 4 – Verificação

É possível verificar o resultado? É possível verificar o raciocínio?

É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? Consegue vê-lo, num relance?

É possível utilizar o resultado, ou método, em algum outro problema?

OUTROS MODELOS

Fernández Bravo (1999)

Resolver problemas é um **ato criativo**:

- **Preparação** ou familiarização com o problema
- A **incubação** das ideias com que trabalhou antes
- **Inspiração** ou iluminação sobre o caminho que leva à solução
- **Verificação** do processo que leva ao resultado procurado

OUTROS MODELOS

Montague (2003)

Componentes para a resolução de problemas:

- **Ler e compreender** (até estar seguro que compreendeu)
- **Parafrasear** (forma de verificar se se compreendeu)
- **Visualização** (desenho ou esquema ou imagem mental do problema que relaciona os dados)
- **Planificar** (planifica o que vai fazer)
- **Estimar** (aproximação ao arredondar valores para facilitar operações)
- **Resolver** (realizar os cálculos com valores exatos)
- **Comprovar** (verificar todos os passos e se foram bem realizados)

OUTROS MODELOS

Schoenfeld (1985)

A resolução de problemas não é um processo linear:

- **Analisar** (examinar casos particulares, simplificar o problema)
- **Explorar** (Substituir as condições, introduzir elementos auxiliares, considerar o raciocínio por contradição, examinar problemas alterados, ...)
- **Executar** (aplicar a estratégia pensada)
- **Comprovar** (verificar se todos os dados pertinentes foram utilizados, se respeita as condições e estimações razoáveis, se é possível obter a mesma solução através de outro método)

OUTROS MODELOS

Guzmán (1991)

A resolução de problemas passa por 4 fases:

- **Familiarização com o problema** (perceber de que se trata, quais os dados, quais as relações entre os dados)
- **Procura de estratégias** (simplificação, particularização, tentativa e erro, analogia, redução ao absurdo,...)
- **Desenvolver a estratégia** (aplicar a estratégia selecionada)
- **Rever o processo** (verificar se é possível obter outros resultados com o mesmo método, ou o mesmo com outros métodos. ...)

Estratégias
de
Resolução de Problemas

Estratégias de Resolução de problemas

- Descobrir um padrão ou regularidade
- Reduzir a um problema mais simples (é por vezes descobrir um padrão ou regularidade)
- Do fim para o princípio.
- Tentativa e erro
- Fazer uma dedução lógica
- Fazer um esquema/desenho/tabela
- Fazer uma simulação/experimentação/dramatização
- Fazer uma lista organizada

Estratégias de Resolução de problemas

- **Descobrir um padrão ou regularidade**

O Restaurante do Xico tem 30 mesas pequenas quadradas que vão ser usadas num banquete. Cada mesa permite que se sente apenas uma pessoa de cada lado. Se as mesas estão juntas para formar uma mesa maior, quantas pessoas se podem sentar à mesa?

- Fazer uma simulação/experimentação/dramatização
- Fazer uma lista organizada

Estratégias de Resolução de problemas

- **Reduzir a um problema mais simples (é por vezes descobrir um padrão ou regularidade)**

- Do fim para o princípio.

Num **clube de ténis** vai realizar-se um campeonato numa mão, isto é, cada um dos dez atletas participantes jogará com cada um dos outros uma única vez. Quantos jogos se disputarão no campeonato?

- Fazer uma simulação/experimentação/dramatização

- Fazer uma lista organizada

Estratégias de Resolução de problemas

- **Do fim para o princípio.**

A loja do João

O João foi a uma loja e gastou metade do dinheiro que tinha e ainda mais um euro. Depois, entrou numa segunda loja e gastou metade do dinheiro que lhe restava e ainda mais um euro, tendo esgotado o dinheiro todo. Quanto dinheiro tinha ele antes de ir à primeira loja?

- Fazer
- Fazer

Jogo

Dois jogadores jogam um jogo em que o vencido tem que pagar uma quantia igual à que o outro jogador tem no momento. O jogador A ganha os 1º e 3º jogos, enquanto que o jogador B ganha o 2º. Ambos têm 12 pontos no final do 3º jogo. Quanto tinha cada um quando começaram a jogar?

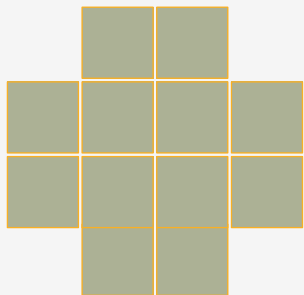
Estratégias de Resolução de problemas

- **Tentativa e erro**

A loja do João

O João foi a uma loja e gastou metade do dinheiro que tinha e ainda mais um euro. Depois, entrou numa segunda loja e gastou metade do dinheiro que lhe restava e ainda mais um euro, tendo esgotado o dinheiro todo. Quanto dinheiro tinha ele antes de ir à primeira loja?

ção



Quadrículas

Colocar os algarismos de 1 a 8 nos quadrados, de modo que os números consecutivos não estejam em quadrados com vértices consecutivos ou lados comuns

Estratégias de Resolução de problemas

- **Fazer uma dedução lógica**

Debate público

Num debate público sobre a situação internacional vão participar três cubanos, três norte-americanos, três iraquianos e três ingleses. Irão sentar-se a uma comprida mesa virados para a assistência. Os cubanos já fizeram saber que nenhum deles se sentará ao lado de um norte-americano. Por outro lado, os norte-americanos não querem ficar ao lado dos iraquianos e estes informaram que não aceitam nenhum vizinho inglês. Ainda por cima, a organização recebeu instruções para que não haja duas pessoas da mesma nacionalidade sentadas lado a lado. Como ficarão sentados os doze participantes?

Estratégias de Resolução de problemas

- **Fazer uma dedução lógica**

Jogo de bridge

O senhor Francisco convidou três amigos para jogar bridge: Alfredo, Bernardo e Camilo. Durante o jogo, o dono da casa foi assassinado e a polícia apurou o seguinte:

1. O assassino, que é um dos convidados, chegou a casa do Sr. Francisco mais tarde do que pelo menos um dos outros dois.
 2. Um dos três convidados, que é detective, chegou a casa do Sr. Francisco mais cedo do que pelo menos um dos outros dois.
 3. O detective chegou à meia-noite.
 4. Nem o Alfredo nem o Bernardo chegaram depois da meia-noite.
 5. Entre Bernardo e Camilo, o primeiro a chegar não é o detective.
 6. Entre Alfredo e Camilo, o último que chegou não é o assassino.
- Descobre quem foi o assassino.

Estratégias de Resolução de problemas

- **Fazer um esquema/desenho/tabela**

Estudantes universitários

Num encontro de 110 alunos universitários, a organização investigou os seus estudos secundários e obteve a seguinte informação: 25 estudaram Física; 45 estudaram Desenho; 48 estudaram Matemática; 10 estudaram Matemática e Física; 8 estudaram Matemática e Desenho; 6 estudaram Física e Desenho; 5 estudaram as três disciplinas.

Quantos estudantes tiveram Desenho mas não tiveram Física nem Matemática?

Quantos estudantes tiveram desenho, Física ou Matemática?

Quantos estudantes não tiveram nenhuma das três disciplinas?

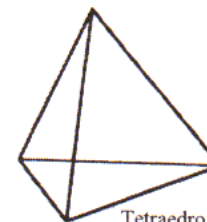
Estratégias de Resolução de problemas

- **Fazer um esquema/desenho/tabela**

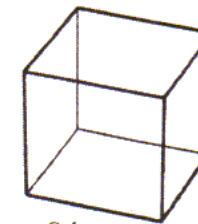
Sólidos platónicos

A figura mostra representações de cinco sólidos platónicos. Existe uma relação interessante entre o número de vértices, faces e arestas destes poliedros. De facto esta famosa relação é verdadeira para qualquer sólido convexo. Arranja alguns modelos de sólidos convexos e tenta descobrir esta relação.

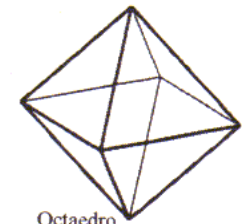
ntação/dramatização



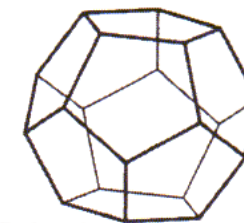
Tetraedro



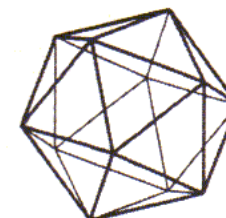
Cubo



Octaedro



Dodecaedro



Icosaedro

Estratégias de Resolução de problemas

- **Fazer uma simulação/experimentação/dramatização**

Festa

Estão seis pessoas numa festa. Cada pessoa aperta a mão às outras todas. Quantos apertos de mão serão dados?

Prémio

Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descobre quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para se felicitarem todos entre si...

E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam?

E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam?

Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos?

Estratégias de Resolução de problemas

- **Fazer uma simulação/experimentação/dramatização**

- **Barqueiro**

Um barqueiro tem um lobo, um cabrito e uma couve para atravessar o rio. Como o barco é pequeno, só pode levar um de cada vez. Por outro lado, sabemos que o lobo ameaça o cabrito e que o cabrito ameaça a couve. Quantas travessias deve o barqueiro fazer para que não fique em perigo nenhum dos seus “passageiros”?

Estratégias de Resolução de problemas

- Fazer uma lista organizada

Computadores

Uma escola recebeu cinco computadores para serem distribuídos por três salas: a sala Azul, a sala Verde e a sala Rosa. Em cada sala deve ficar pelo menos um computador. De quantas maneiras pode ser feita a distribuição?

Resolução de Problemas

Porquê? Para quê?

Quando?

Resolução de problemas

Porquê? Para quê?

- Promover a aprendizagem matemática
- Construir novos conhecimentos
- Aplicar e adaptar diversas estratégias
- Analisar e refletir (aprender) sobre o processo de resolução de problemas
- Contactar com o poder e a utilidade da matemática

(NCTM, 2007)

Resolução de problemas

Porquê? Para quê?

- O desenvolvimento de uma **capacidade**
- Percepção da **natureza** da Matemática
- Uma forma de **motivação** para a aprendizagem
- Um forma de **organizar** a aprendizagem
- Uma forma de **introduzir** novos conceitos
- Uma oportunidade para a **aplicação** de conceitos
- Um contexto para o desenvolvimento de capacidades relacionadas
- Um espaço para a **criatividade** e desenvolvimento do **espírito crítico**
- Uma forma de **dar significado** à atividade Matemática
- Um **ambiente** de aprendizagem

Resolução de problemas

HABITUALMENTE...

Quando?

No final do capítulo

- Exercício disfarçado, problema de aplicação mais elaborado
- Pressupõe a utilização dos conhecimentos “adquiridos”
- Visa a consolidação, a sedimentação
- A lógica do “manual” versus a lógica do “trabalho na aula”

Independente dos temas curriculares

- Tendem a assumir uma posição marginal
- Problema da semana, da quinzena, do mês

Enquadrada pelo currículo

- Pelos objectivos e finalidades
- Pelas capacidades a desenvolver
- Pelos tópicos e temas
- Pelos recursos, nomeadamente, as tecnologias
- Pelo papel do aluno na sua aprendizagem
- Pelo papel do professor na sala de aula

Resolução de problemas

HABITUALMENTE...

Quando?

No final do capítulo

- Exercício disfarçado, problema de aplicação mais elaborado

Então...

O que fica

esquecido na aula?

- Pelo papel do professor na sala de aula

Resolução de problemas

Porquê? Para quê?

- O desenvolvimento de uma **capacidade**
- Percepção da **natureza** da Matemática
- Uma forma de **motivação** para a aprendizagem
- Um forma de **organizar** a aprendizagem
- Uma forma de **introduzir** novos conceitos
- Uma oportunidade para a **aplicação** de conceitos
- Um contexto para o desenvolvimento de capacidades relacionadas
- Um espaço para a **criatividade** e desenvolvimento do **espírito crítico**
- Uma forma de **dar significado** à atividade Matemática
- Um **ambiente** de aprendizagem

Quase tudo...

Resolução de problemas

Que lugar?

ensino na resolução de problemas

Estratégias, heurísticas, ênfase nas etapas e nos modelos de resolução de problemas

ensino com resolução de problemas

Determinados tópicos são tipicamente associados à resolução de problemas, como as equações, a proporcionalidade, etc.

ensino através da resolução de problemas

A resolução de problemas desempenha múltiplas funções e caracteriza o ambiente de aprendizagem, os exercícios, os algoritmos, a prática, o cálculo, o desenvolvimento dos conceitos interligam-se com situações problemáticas, com propostas de investigação, com o desenvolvimento do raciocínio matemático, com a comunicação matemática, etc.

Resolução de problemas

Na aula de matemática

Integrar na aula de matemática

“A tarefa primordial do professor de Matemática é facilitar a aprendizagem da Matemática pelos seus alunos, o que envolve não apenas certos padrões gerais de conduta face a situações matematizáveis mas também uma familiarização profunda com certos conteúdos e ferramentas básicas da Matemática atual ...”

“Que um número inteiro qualquer admita uma decomposição única em factores primos é um facto central da teoria dos números e, ao mesmo tempo, uma das ferramentas mais frutíferas na resolução de problemas que envolvem números”

(Miguel de Guzmán, 1992)

Resolução de problemas

Na aula de matemática

A diversidade e a experiência matemática

“Não é invulgar ouvirmos os alunos fazerem afirmações sobre os problemas, revelando que estes não são encarados como algo inerente à própria natureza da Matemática mas apenas uma secção especial de um dos capítulos de Álgebra do programa – equações ou sistemas de equações”.

“A resolução de problemas consiste numa larga variedade de processos, atividades e experiências e o ensino da Matemática deveria refletir essa diversidade”

(Paulo Abrantes, 1989)

Resolução de problemas

Na aula de matemática

Ambiente de trabalho

“No ensino da resolução de problemas, é indispensável ter em conta os seguintes aspectos:

proporcionar experiência na resolução de problemas que sejam desafiadoras

proporcionar aos alunos uma reflexão sobre o trabalho que vão desenvolvendo

apresentar estratégias simples de resolução de problemas”

“Por outro lado, salienta-se o papel do professor no sentido de incentivar um ambiente de trabalho que envolva ativamente o aluno”

(Joana Porfírio, 1993)

Resolução de problemas

Na aula de matemática

Abordagem investigativa e inquiridora

“Participação ativa dos alunos na construção do conhecimento, procurando dar sentido a conceitos, regras e problemas;
Desenvolvimento da autonomia dos alunos relativamente à sua aprendizagem

Participação dos alunos, como uma comunidade de inquiridores, na inquirição;

A Matemática é vista como um produto da atividade humana e anomalias, ambiguidades e controvérsias são avaliadas como um potencial estímulo para investigar;

O professor dirige a inquirição e a aprendizagem dos alunos a partir da apresentação de situações ricas”

(Joana Brocardo, 2001)

Resolução de problemas

Na aula de matemática

Resolução de problemas com tecnologias

“Neste estudo ficou patente o modo como a utilização do computador pode alterar o carácter ‘problemático’ dos problemas. O uso da tecnologia possibilita a antecipação de um problema na sequência habitual dos conteúdos e tópicos curriculares. Esta antecipação torna o carácter ‘problemático’ do problema muitas vezes maior (um genuíno problema)”

“O mesmo problema tem diferentes graus de desafio e de dificuldade quando se utiliza ou não o computador”

(Palmira Ferreira, 2007)

Resolução de problemas

Na aula de matemática

Resolução de problemas com recursos

“Na maior parte dos casos um problema pode cumprir diferentes funções, mas cabe ao professor determinar a função principal que deve cumprir-se através da resolução de problemas e criar as condições necessárias para que se obtenham os resultados pretendidos. Esta tarefa não é fácil, pois implica a seleção dos problemas a propor e, selecionar uma coleção de problemas valiosos e instrutivos para os alunos é, talvez, a tarefa mais difícil com que o professor se pode deparar”.

(António Borralho, 1991)

Resolução de problemas

Na aula de matemática

Resolução de problemas e a afetividade

“Têm-se detectado reações fortes nos alunos aquando da resolução de problemas. Frustração e pânico são exemplos de reações manifestadas por alunos que não conseguem conceber ou, mesmo, esboçar um plano de abordagem. Por outro lado, os alunos que chegam à solução de um problema expressam, na maioria dos casos, sentimentos de intensa satisfação e, até, de alegria”. (Leonor Moreira, 1989)

“Todos temos experiência de que, por exemplo, um dos aspectos que normalmente os alunos detestam é de ter de resolver um problema cujo enunciado seja demasiado longo.” (Isabel Vale, 1995)

Resolução de problemas

Na aula de matemática

Factores que podem influenciar o desempenho na resolução de problemas

- Concepções (por ex. sobre a Matemática)
- Atitudes (por ex. interesse; autoconfiança)
- Experiências prévias
- Contexto do problema
- Capacidades
- Conhecimentos
- ...

Resolução de problemas

Na aula de matemática

Ensinar a resolver problemas

Fases de resolução de problemas	Questões a colocar aos alunos
Compreensão, análise e familiarização com o problema	Percebeste o enunciado? Consegues dizer por palavras tuas o que pede o problema? Que dados te parecem mais úteis? Há algum dado que não te parece importante? Porquê?
Fase de planificação e procura de estratégia, de exploração	Como podes relacionar os dados? De que precisas para resolver o problema? Podes explicar por palavras tuas? Podes resolver por passos? Que possíveis respostas tem o problema?
Fase de concretização da estratégia	Sou capaz de concretizar os passos pensados?
Fase de revisão/verificação/reflexão da solução e do processo	A solução é coerente e consistente? O processo foi rigoroso? Posso resolver este problema por outro processo? Posso generalizar a resolução?
Fase de autoanálise	Como me sinto? Que aprendi? Que cuidados vou ter no futuro, perante novos problemas?

Formulação de Problemas

Formulação de problemas

- Ajudar os alunos a captar informação significativa de situações quotidianas e ser capazes de formular em termos matemáticos;
- A compreensão da realidade leva a inventar e formular problemas a partir de diferentes situações que o meio nos sugere ou a sua imaginação e a partir de situações puramente matemáticas.
- As atividades de propor, inventar e formular problemas ajuda os alunos a trabalhar sobre o significado dos conceitos, sobre os procedimentos matemáticos ou sobre a sua utilidade
- Permite aprofundar a lógica dos procedimentos e estabelecer conexões

Formulação de problemas

Exemplo:

Enuncia problemas cuja pergunta seja
Calcula o volume do cilindro

Formulação de problemas

Calcula o volume do cilindro cuja base tenha um raio de 5 m e a altura de 7 m

Calcula o volume do cilindro sabendo que a base mede 26 m^2 e a altura 9 m

Calcula o volume do cilindro sabendo que o diâmetro da base mede 8 m e a altura 3 m

Calcula o volume do cilindro sabendo que o comprimento da sua circunferência mede 25 m e a altura 9 m

Formulação de problemas

A altura de um cilindro mede 5 cm mais que o raio da base, calcula o volume do cilindro

mas...

A altura de um cilindro mede 5 cm e o raio da base mede o triplo. Calcula o volume do cilindro

Calcula o volume do cilindro sabendo que o volume de um cone com a mesma base e a mesma altura do cilindro é de 27m^3

Quais as dimensões que pode ter um aquário cilíndrico sabendo que são necessários 200 litros de água para o encher.

Formulação de problemas

Outro exemplo:

Enuncia problemas cuja solução seja 4,5

Faz perguntas a um prisma

Formulação de problemas

Inventar problemas como definir?

- Gerar um problema novo ou a reformulação de um problema dado (Duncker, 1945);
- A formulação de uma série de problemas a partir de uma solução dada (Shukkwon, 1993);
- Quando um problema convida à geração de outros problemas (Mamona-Downs, 1993)

Formulação de problemas

Inventar problemas o que provoca?

Os estudantes

- precisam de discernir os dados significativos dos supérfluos;
- descobrem relações entre os dados;
- decidem se a informação é suficiente para resolver o problema;
- necessitam de explorar se os dados numéricos que intervêm são numericamente e contextualmente coerentes.

Formulação de problemas

Propostas para inventar problemas

- um problema (situação livre)
- um problema a partir da sua resposta;
- um problema que contenha determinada informação;
- um problema tendo em conta uma determinada situação problemática;
- um problema adaptado a um determinado cálculo

Formulação de problemas

Estratégias para gerar novos problemas

Estratégia	Descrição
Manipulação de restrições	Modificação de forma sistemática das condições ou hipóteses dadas
Manipulação do objetivo	Modificação do objetivo do problema sem alterar as hipóteses do mesmo
Simetria	Troca simétrica entre o objetivo e as condições de um dado problema
Encadeamento	Extensão do problema dado de forma a que para obter uma solução do novo problema é necessário resolver o antigo

Formulação de problemas

Quais as dimensões que um terreno retangular pode ter de modo a que a sua área seja 20 unidades?

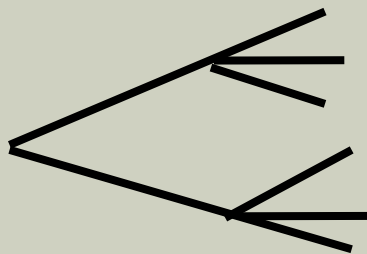
Como alterar este problema?

Formulação de problemas

Inventa um problema que possa ser traduzido pela expressão

$$250:5 = 50$$

Constrói um texto que traduza uma situação de multiplicação que recorra ao diagrama em árvore.



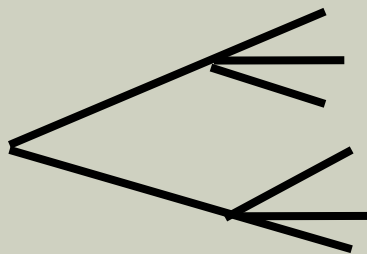
Formulação de problemas

Possíveis problemas:

Temos 250g de rebuçados e queremos fazer 5 saquinhos para prendas com a mesma quantidade. Que peso deverá levar cada saquinho?

$$250:5 = 50$$

Se tivermos dois tipos de papel, liso e estruturado, para fazer cartões e canetas de três cores, quantos cartões diferentes podemos construir?



Formulação de problemas

Dinheiro do João

Utiliza a informação seguinte para formulares um problema.

O João tem algumas moedas no bolso:

3 moeda de 2 cêntimos

5 moedas de 10 cêntimos

6 moedas de 50 cêntimos

1 moeda de 1 euro

Formulação de problemas

Possível problema:

João poderá pagar 1,90 € sem receber troco? E 2,05 €? Se sim, de que maneiras?

Quais das seguintes quantias poderá o João pagar sem receber troco? 1,90€? 2,05€?

Algumas referências bibliográficas

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos de ensino básico*. Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Fernández Bravo, J. A., Barbarán Sánchez, J. J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Editorial Las Muralla.

Yáñez, J. C., González, L. C. C., Rodríguez, N. C., Navarro, M.A. M., Ávila, D. I. E., & Medrano, E. F. (2016). *Didáctica de las matemáticas para maestros de educación primaria*. Ediciones Paraninfo.