

## Cálculo de Programas

3.º Ano de LEI+MiEI (Universidade do Minho)  
Ano Lectivo de 2024/25

1º Teste — 26 de Outubro de 2024, 09h00–11h00  
Salas E2-1.01 + E2-1.03 + E2-1.05

---

PROVA PRESENCIAL INDIVIDUAL SEM CONSULTA (2h)

**Importante** — *Ler antes de iniciar a prova:*

- *Esta prova consta de 8 questões que valem, cada uma, 2.5 valores. O tempo médio estimado para resolução de cada questão é de 15 min.*
- *Recomenda-se que os alunos leiam a prova antes de decidirem por que ordem querem responder às questões que são colocadas.*

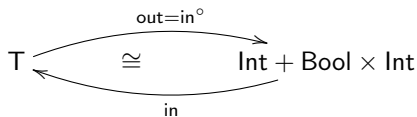
**Questão 1** Inferir o tipo mais geral de  $\alpha = \langle i_1, \pi_1 \rangle$  e, a partir dele, a propriedade grátis de  $\alpha$ .

---

**Questão 2** Considere a seguinte sessão no GHCi, uma vez aberta a biblioteca *Cp.hs*:

```
*Cp> data T = One Int | Two Bool Int
*Cp> :t One
One :: Int -> T
*Cp> :t Two
Two :: Bool -> Int -> T
```

Com base no diagrama



defina *in* e calcule *out* a partir da cláusula  $\text{out} \cdot \text{in} = \text{id}$ .

---

**Questão 3** O combinador

```
const :: a -> b -> a
const a b = a
```

está disponível em Haskell para construir funções constantes, sendo habitual designarmos *const k* por  $\underline{k}$ , qualquer que seja *k*. Resolva em ordem a *k* a equação seguinte:

$$\underline{k} = \langle \underline{b}, \underline{a} \rangle \tag{E1}$$

---

**Questão 4** Demonstre a lei:

$$(g \cdot h) + (i \cdot j) = (g + i) \cdot (h + j)$$


---

**Questão 5** Recorde o isomorfismo

$$\begin{array}{ccc} \text{Maybe } B & \xrightarrow{\text{out}=\text{in}^\circ} & 1 + B \\ & \cong & \\ & \xleftarrow{\text{in}=[\text{Nothing}, \text{Just}]} & \end{array}$$

e considere a função:

$$\begin{aligned} \text{fromMaybe} &:: a \rightarrow \text{Maybe } a \rightarrow a \\ \text{fromMaybe } a &= [\underline{a}, \text{id}] \cdot \text{out} \end{aligned}$$

Derive a versão *pointwise* de fromMaybe por forma a não recorrer ao combinador de alternativa (vulg. ‘either’) de funções nem a funções constantes.

---

**Questão 6** Demonstre a lei do condicional de McCarthy que se segue,

$$p \rightarrow a, (q \rightarrow a, b) = (p \vee q) \rightarrow a, b$$

sabendo que

$$(p \vee q)? = p \rightarrow i_1, q? \tag{E2}$$

é uma propriedade da disjunção de predicados.

---

**Questão 7** Nas aulas foi demonstrada a propriedade:

$$\overline{f \cdot (g \times h)} = \overline{\text{ap} \cdot (\text{id} \times h)} \cdot \overline{f} \cdot g \tag{E3}$$

Aplique variáveis a ambos os lados de (E3) e confirme que obtém o mesmo resultado.

---

**Questão 8** Considere o ciclo:

$$h = \text{for } \langle \text{succ} \cdot \pi_1, \text{mul} \rangle (1, 1) \tag{E4}$$

Recordando

$$\text{for } b \ i = \langle [\underline{i}, b] \rangle \tag{E5}$$

mostre, por aplicação da lei de fusão

$$f \cdot \langle g \rangle = \langle h \rangle \iff f \cdot g = h \cdot (\text{id} + f) \tag{E6}$$

que a igualdade

$$\pi_1 \cdot h = \text{for succ } 1$$

se verifica.

---