Cálculo de Funções

Composição

Natural-id	$f \cdot id = id \cdot f = f$	(1)
Associatividade	$(f \cdot g) \cdot h \quad = \quad f \cdot (g \cdot h)$	(2)

Produto

Universal-$\times$	$k = \langle f, g \rangle \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \pi_1 \cdot k = f \\ \pi_2 \cdot k = g \end{array} \right.$	(3)
Cancelamento-$\times$	$\pi_1 \cdot \langle f, g \rangle = f \quad , \quad \pi_2 \cdot \langle f, g \rangle = g$	(4)
Reflexão-$\times$	$\langle \pi_1, \pi_2 \rangle \quad = \quad id_{A \times B}$	(5)
Fusão-$\times$	$\langle g, h \rangle \cdot f = \langle g \cdot f, h \cdot f \rangle$	(6)
Absorção-$\times$	$(i \times j) \cdot \langle g, h \rangle = \langle i \cdot g, j \cdot h \rangle$	(7)
Functor-$\times$	$(g \cdot h) \times (i \cdot j) \quad = \quad (g \times i) \cdot (h \times j)$	(8)
Functor-id-$\times$	$id_A \times id_B \quad = \quad id_{A \times B}$	(9)

Coproduto

Universal-$+$	$k = [\, f, g \,] \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} k \cdot i_1 = f \\ k \cdot i_2 = g \end{array} \right.$	(10)
Cancelamento-$+$	$[\, g, h \,] \cdot i_1 = g \quad , \quad [\, g, h \,] \cdot i_2 = h$	(11)
Reflexão-$+$	$[\, i_1, i_2 \,] \quad = \quad id_{A+B}$	(12)
Fusão-$+$	$f \cdot [\, g, h \,] = [\, f \cdot g, f \cdot h \,]$	(13)
Absorção-$+$	$[\, g, h \,] \cdot (i + j) = [\, g \cdot i, h \cdot j \,]$	(14)
Functor-$+$	$(g \cdot h) + (i \cdot j) = (g + i) \cdot (h + j)$	(15)
Functor-id-$+$	$id_A + id_B = id_{A+B}$	(16)

Exponenciação

Universal	$k = \overline{f} \quad \Leftrightarrow \quad f = ap \cdot (k \times id)$	(17)
Cancelamento	$f = ap \cdot (\overline{f} \times id)$	(18)
Reflexão	$\overline{ap} = id_{B^A}$	(19)
Fusão	$\overline{g \cdot (f \times id)} = \overline{g} \cdot f$	(20)
Absorção	$f^A \cdot \overline{g} = \overline{f \cdot g}$	(21)
Functor	$(g \cdot h)^A = g^A \cdot h^A$	(22)
Functor-id	$id^A = id$	(23)

Indução

Universal-cata	$k = (\!\lvert \beta \rvert\!) \quad \Leftrightarrow \quad k \cdot in = \beta \cdot (\mathsf{F}\, k)$	(24)
Cancelamento-cata	$(\!\lvert \alpha \rvert\!) \cdot in = \alpha \cdot \mathsf{F}\, (\!\lvert \alpha \rvert\!)$	(25)
Reflexão-cata	$(\!\lvert in \rvert\!) = id_{\mathsf{T}}$	(26)
Fusão-cata	$f \cdot (\!\lvert \alpha \rvert\!) = (\!\lvert \beta \rvert\!) \quad \Leftarrow \quad f \cdot \alpha = \beta \cdot (\mathsf{F}\, f)$	(27)
Absorção-cata	$(\!\lvert g \rvert\!) \cdot \mathsf{T}\, f \quad = \quad (\!\lvert g \cdot \mathsf{B}(f, id) \rvert\!)$	(28)

FUNCTORES

Functor-F	$\mathsf{F}(g \cdot h) = (\mathsf{F}\, g) \cdot (\mathsf{F}\, h)$	(29)
Functor-id-F	$\mathsf{F}\, id_A = id_{(\mathsf{F}\, A)}$	(30)
"Teorema grátis" de g	$(\mathsf{G}\, f) \cdot g = g \cdot (\mathsf{F}\, f)$	(31)

MISC.

Lei da troca	$[\, \langle f, g\rangle, \langle h, k\rangle \,] = \langle [\, f, h \,], [\, g, k \,]\rangle$	(32)
Lei de fusão do condicional	$f \cdot (p \rightarrow g, h) = p \rightarrow f \cdot g, f \cdot h$	(33)